박문호의 자연과학 세상

137억년 우주의 진화
3회 1강

#1. 입자의 발견
#0. eV 환산
#2. $E=mc^2$ 유도
복사지배 우주의 온도

※ 박문호 박사님의 강연을
나름대로 정리한 것이므로
전달내용이 왜곡될 수 있으며
이 강연의 저작권은
강연자에게 있으니
재배포를 삼가 바랍니다.

강연일 : 2011. 3. 13. (일)
배포일 : 2011. 7. 28. (목)
작성자 : 푸른버들(김양겸)

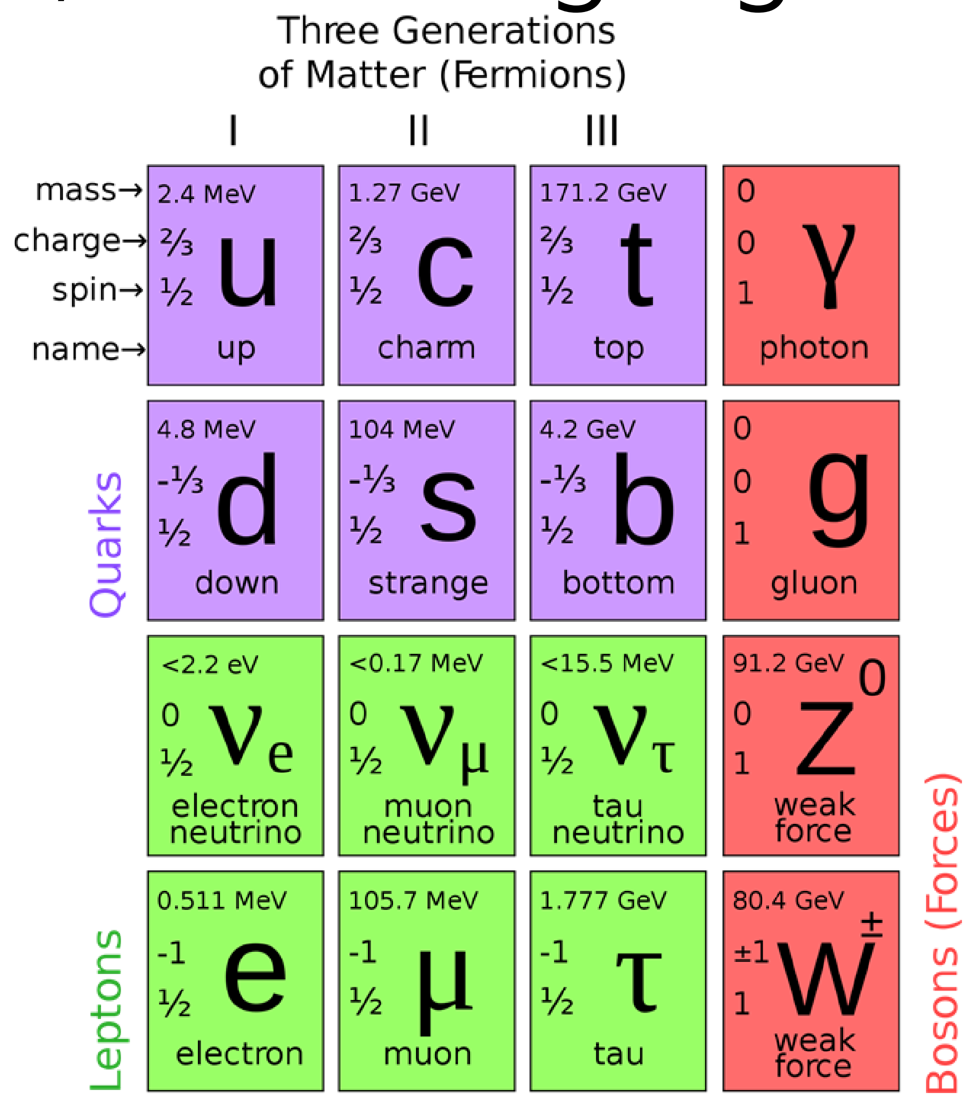
#1. 입자의 발견

	lepton 경입자(輕粒子)		hardron 강입자(强粒子)	
전하(C)	-1	0	2/3	- 1/3
1세대	e^-(전자)	ν_e(전자-중성미자)	Up-quark (위쿼크)	Down-quark (아래쿼크)
2세대	μ^-(뮤온)	ν_μ(뮤온-중성미자)	Charm-quark (맵시쿼크)	Strange-quark (이상쿼크)
3세대	τ^-(타우)	ν_τ(타우-중성미자)	Top-quark (꼭대기쿼크)	Bottom-quark (바닥쿼크)

C(쿨롱): 전하량의 단위, 전자(e)하나가 가지는 전하량은 1.6 x 10^{-19} C

ν : 그리스어로 '뉴'라고 읽음, 뉴트리노(neutrino) = 중성미자(中性微子)

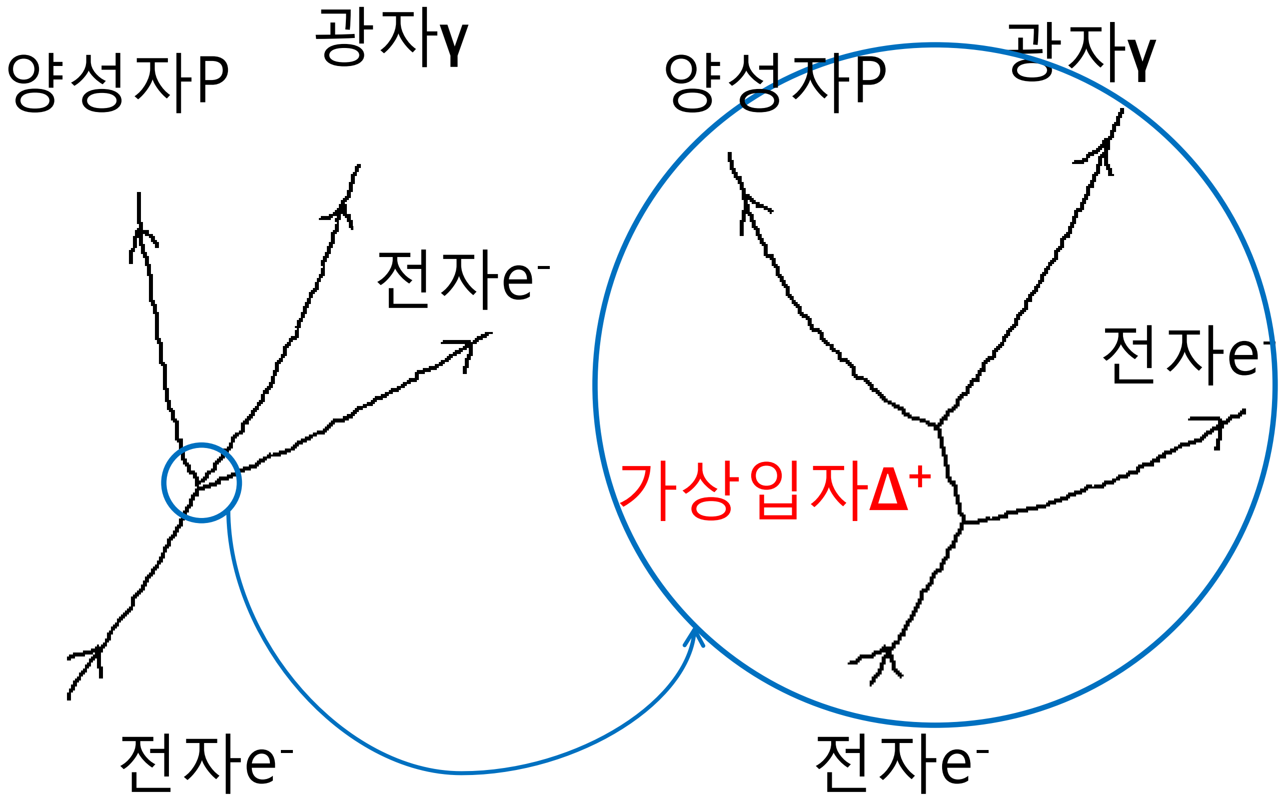
The standard model of elementary particles, with the gauge bosons



http://en.wikipedia.org/wiki/Standard_Model

#1. 입자의 발견

* 사건 전과 사건 후의 에너지 & 운동량이 일치



에너지E

$$E_{\Delta} = E_{P} + E_{\gamma}$$

$$P_{\Delta} = P_{P} + P_{\gamma}$$

운동량 P

=질량x속도

* 양성자(P)와 운동량(P)의 표기 알파벳이 같으므로 주의

#1. 입자의 발견

$$E = mc^2$$ 아인슈타인 공식

$$E^2 = m^2c^4 = m^2c^2(c^2 + v^2 - v^2)$$

$$m = m_0[1 - (\frac{v}{c})^2]^{-\frac{1}{2}}$$

$$m^2 = m_0^2[1 - (\frac{v}{c})^2]^{-1}$$

$$m^2[1 - (\frac{v}{c})^2] = m_0^2$$

m_0 : 정지질량

#1. 입자의 발견

$$m^2c^2 - m^2v^2 = m_0^2c^2$$

$$c^2 - v^2 = (\frac{m_0}{m})^2c^2$$

$$\begin{aligned} E^2 &= m^2c^2(c^2 + v^2 - v^2) \\ &= m^2c^2(v^2 + c^2 - v^2) \\ &= m^2c^2(v^2 + \frac{m_0^2}{m^2}c^2) \\ &= m^2v^2c^2 + m_0^2c^4 \\ &= p^2c^2 + (m_0c^2)^2 \end{aligned}$$

m_0 : 정지질량

$p=mv$: 운동량

#1. 입자의 발견

$$(m_0c^2)^2 = E^2 - p^2c^2$$

$$m_0c^2 = \sqrt{E^2 - p^2c^2}$$;입자를 발견하는 공식

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$; 불확정성의 원리

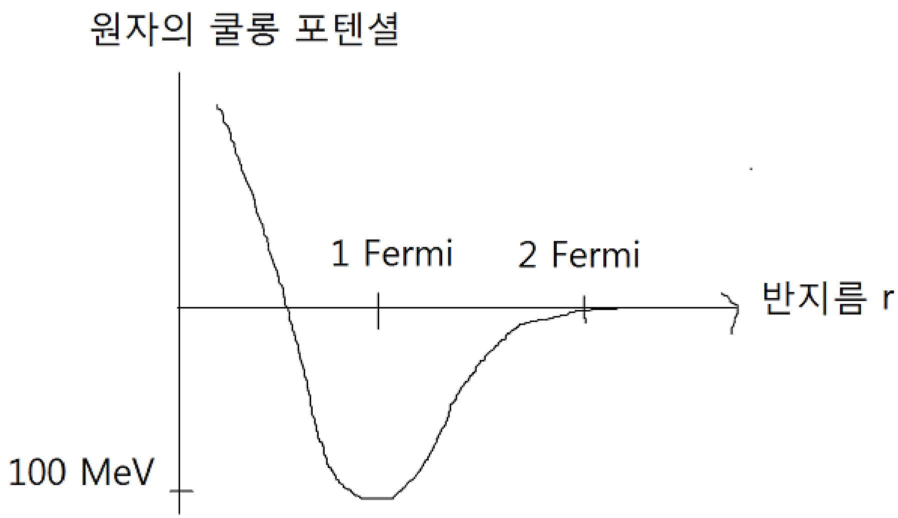
Γ = 115 MeV

$$\Delta t = \frac{\hbar}{2\Delta E} = \frac{\hbar}{\Gamma} = 5.7 \times 10^{-24} \mathrm{sec}$$

#1. 입자의 발견

1 Fermi = 10^{-15}m

$$c\Delta t = (3\times 10^{8} m/s)(5.7\times 10^{-24} s) = 1.7\,Fermi$$



핵의 크기 = 대략 2 Fermi
Delta 입자는 광속으로 달려가도
살아있는 동안 핵을 못 벗어남

물리학의 위대한 두 공식으로
(아인슈타인 공식, 불확정성 원리)
핵 안에 있는 입자를 발견 !

#1. 입자의 발견

시간의 개념을 바꾸어야 한다.

우리가 쓰는 1초라는 시간은

입자물리학에서는 영원에 가까운 시간

찰나의 순간 동안만 살아있는 이것들은 무엇인가?

왜 천문학적인 돈을 들여가면서 입자들을 찾으려 하는가?

나타날 때마다 정확한 질량으로 등장한다.

그것들이 사라지고 나서 우리가 존재한다.

우주에 영원히 존재할 것은 전자, 업-쿼크(up-quark)

거꾸로 된 얼굴을 보는 훈련

모든 에너지는 eV로 환산

익숙한 것을 정상이라 봄은
인위적인 선택일 뿐
거꾸로 된 얼굴에 익숙해질 때
대칭을 회복하고 자유를 얻는다.

#0. eV 환산

1 eV(electron volt) = 1.602×10^{-19} J

자유전자 하나가 1volt의 전위차를 가속하는 동안 얻는 에너지

E = kT (k는 볼츠만 상수, k = 8.6×10^{-5} eV/°K)

1 eV를 온도로 환산하면 11605 °K ≈ 10^4 °K

°K(kelvin) : 절대온도, °K = °C + 273 ex) 27°C = 300°K

ex) -273°C = 0°K

원자를 보려면 원자 간격만한 파장의 빛을 쏘아야 상호작용

eV가 비슷해야 에너지를 주거나 받을 수 있음

#0. eV 환산

0.1 eV → 분자 10^{-8}m
1 eV → 원자 10^{-9}m
1 keV → 원자 핵심부
1 MeV → 큰 원자핵
100 MeV → 원자핵 중심
1 GeV → 양성자↔중성자 (대칭성 회복)
10 GeV → 쿼크(quark)
100 GeV → 쿼크(quark)
10 TeV → 힉스 보존 (Higgs boson)

* Room temperature 300°K(27°C) → 26 meV

10^{-15} = f(femto, fermi)
10^{-12} = p(pico) = 1조분의 1
10^{-10} = Å(angstrom, 옹스트롬)
10^{-9} = n(nano) = 십억분의 1
10^{-6} = μ(micro) = 백만분의 1
10^{-3} = m(mili) = 천분의 1
10^{-2} = centi = 백분의 1
10^{-1} = deci = 십분의 1
10^{3} = k(kilo) = 1천
10^{6} = M(mega) = 백만
10^{9} = G(giga) = 십억
10^{12} = T(tera) = 1조
10^{15} = P(peta) = 천조

#0. eV 환산

렙톤 중에 (전기를 띈) 가장 가벼운 입자는 전자

하드론 중에 가장 가벼운 입자는 업-쿼크

전자와 업-쿼크는 에너지가 가장 낮으므로 안정적

자연은 에너지가 낮은 쪽으로 가는 경향이 있음

물리학	> 10 keV	핵을 건드림
화학	10~10 keV	전자를 건드림
전자공학	0.1~10 eV	최외각 전자만 건드림

생물학 또한 최외각 전자만 다룸

#0. eV 환산

양성자 생성 → 10조 9천억도

($E = mc^2 \rightarrow m = E/c^2$)

양성자 질량 m_p = 938 MeV/c^2

중성자 질량 m_n = 939.3 MeV/c^2

$m_n - m_p$ = 1.3 MeV/c^2

#1. 입자의 발견

1. Fermi lab의 Tevatron = 2 TeV
2. CERN LHC = 14 TeV
3. SSC(예산부족으로 중단) = 40 TeV

성냥의 인 원자 10^{21}개

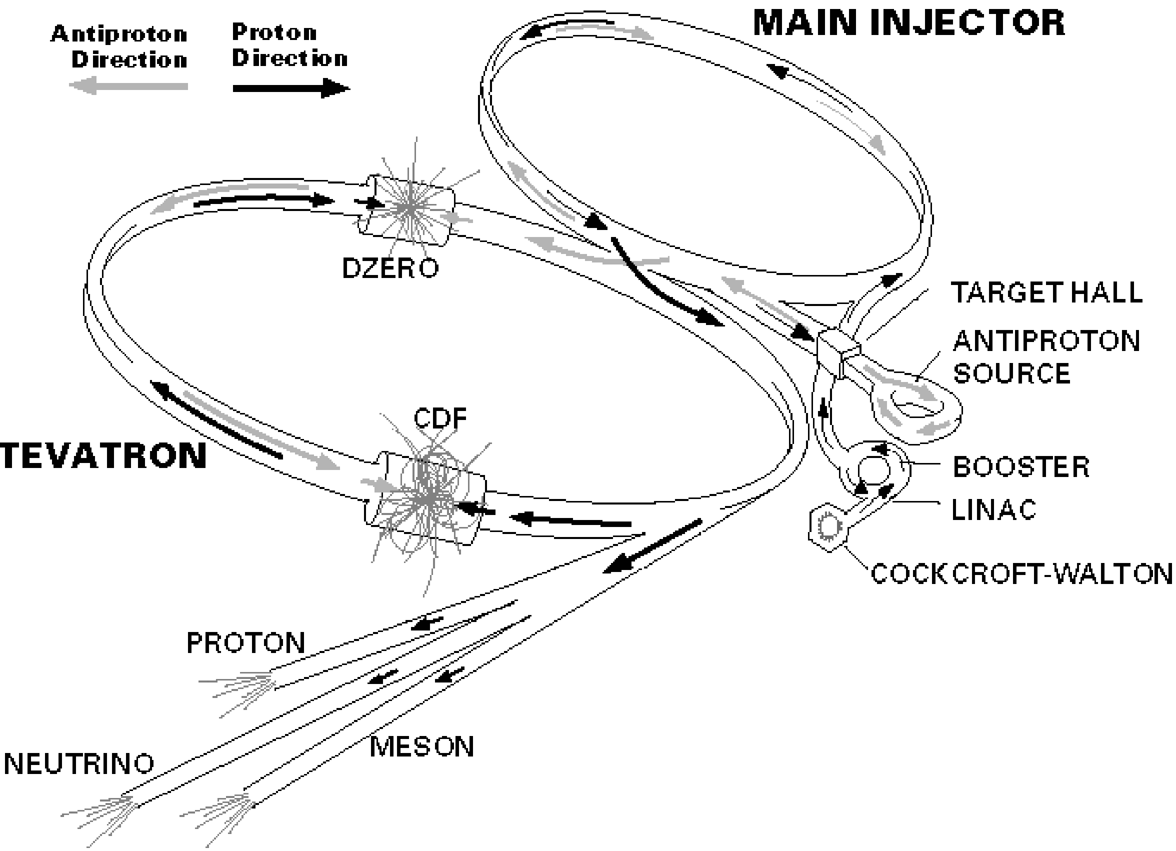
한 개 당 10eV의 에너지를 내보낼 때 10^{10}TeV = 100억 TeV

1초당 1억 번 충돌한다고 했을 때, 40억 TeV

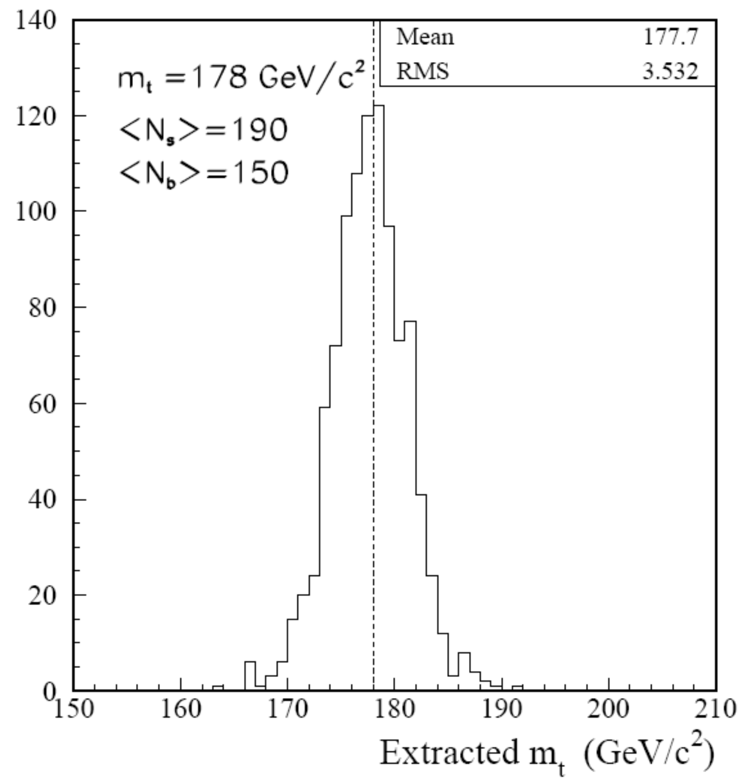
세계 최대의 가속기도 성냥 하나 켜는 에너지보다 작다.

수많은 입자가 충돌하는데 그 중 하나만 봐서 그런 것

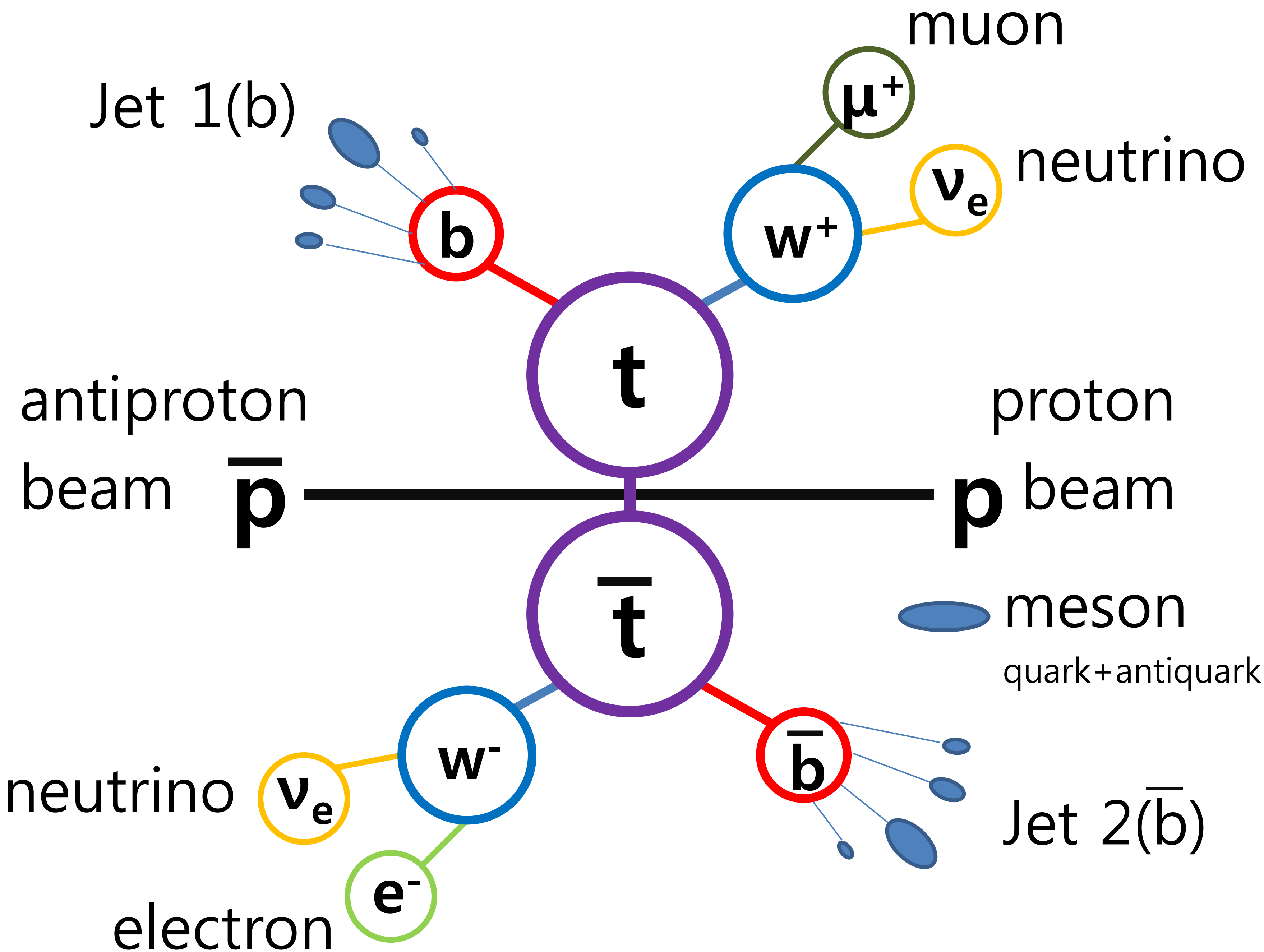
#1. 입자의 발견



http://www-bd.fnal.gov/public/relativity.html



http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download
?doi=10.1.1.24.5985&rep=rep1&type=pdf



참조: http://www.physik.rwth-aachen.de/institute/theorie-e/forschung/

#1. 입자의 발견

	lepton 경입자(輕粒子)		hardron 강입자(强粒子)	
전하(C)	-1	0	2/3	- 1/3
1세대	e^-(전자) 51만eV	ν_e	U 3억eV	D
2세대	μ^-(뮤온)	ν_μ	C 5억eV	S 15억eV
3세대	τ^-(타우)	ν_τ	T ~~135억eV(?)~~	B 45억eV

→1750억eV(!)

직경 1mm 관에 양성자 반양성자 100억개씩
10년에 걸쳐1초에 30만 번 충돌

#2. $E=mc^2$ 유도

운동에너지(K)는 힘(F)을 거리(x)에 대하여 적분

$$K = \int F dx = \int \frac{dp}{dt} dx = \int \frac{dx}{dt} dp$$

$$= \int v\, d(mv) = \int v\, d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \right)$$

미분의 성질 이용

$$d(xy) = x\,dy + y\,dx$$

$$\Rightarrow \int d(xy) = xy = \int x\,dy + \int y\,dx$$

$$\Rightarrow \int x\,dy = xy - \int y\,dx$$

#2. $E=mc^2$ 유도

$$K=\int v\,d\left(\frac{m_0v}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\right)$$

$$=\left[\frac{m_0v^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\right]_0^v-\int\frac{m_0v}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}dv$$

#2. $E=mc^2$ 유도

$$\frac{d}{dv}\left(\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\right) \rightarrow 1-(\frac{v}{c})^2 = z \text{치환}$$

$$\frac{dz^{1/2}}{dv} = \frac{dz^{1/2}}{dz}\frac{dz}{dv}$$

$$= \frac{1}{2}z^{-\frac{1}{2}}(-\frac{2v}{c^2}) = \frac{-v}{c^2\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}$$

#2. E=mc² 유도

$$\int \frac{d}{dv}\left(\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\right)dv = \int \frac{-v}{c^2\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}dv$$

$$K = \left[\frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}}\right]_0^v + \left[m_0 c^2\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}\right]_0^v$$

$$= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} + m_0 c^2\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} - m_0 c^2$$

#2. E=mc^2 유도

$$K = \frac{m_0 v^2 + m_0 c^2\left[1 - (\frac{v}{c})^2\right]}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - m_0 c^2$$

$$= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} - m_0 c^2$$

$$= mc^2 - m_0 c^2$$

#2. E=mc^2 유도

$$K = mc^2 - m_0c^2$$

$$mc^2 = K + m_0c^2$$

전체 =운동 + 정지질량

에너지 에너지 에너지

$$\therefore E = mc^2$$

자연과학의 본질

자연과학의 본질은 수를 세고 더하는 것
적분도 수를 세고 더하는 것
미분은 수의 변화를 보는 것

우주로 보면 어떤 공간을 점유하고 있는
입자의 수가 변화하는 것뿐

어떤 입자의 형태를 결정해주는 것은 시공간

자연과학은 미분방정식을 푸는 것

미분 표기법

여기서 잠깐,
다음 장으로 넘어가기 전에
알아야 할 미분 표기법

$$y' = \frac{dy}{dx}$$

변수 위에 '(apostrophe)를 붙이는 경우
공간에 대한 미분을 나타냅니다.

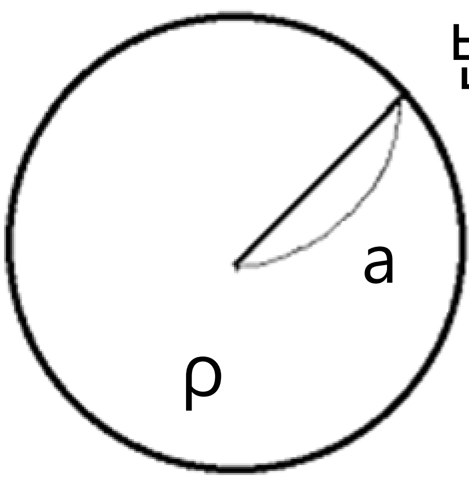
$$\dot{y} = \frac{dy}{dt}$$

변수 위에 ·(dot)을 붙이는 경우
시간에 대한 미분을 나타냅니다.

#2. 복사지배 우주의 온도

$$dE + PdV = TdS$$

E: 에너지, P: 압력, V: 부피, T: 온도, S:엔트로피



반경 a, 밀도 ρ인 구(sphere)의 부피 V

$$V = \frac{4}{3}\pi a^3 \rightarrow dV = 4\pi a^2 \dot{a}$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$E = mc^2 = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho c^2$$

$$dE = 4\pi a^2 \dot{a} \rho c^2 + \frac{4}{3}\pi a^3 \dot{\rho} c^2$$

$$TdS = 0 \text{일 때}, dE + PdV = 0$$

$$4\pi a^2 \dot{a} \rho c^2 + \frac{4}{3}\pi a^3 \dot{\rho} c^2 + P 4\pi a^2 \dot{a} = 0$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$\dot{a}\rho c^2 + \frac{1}{3}a\dot{\rho}c^2 + P\dot{a} = 0$$

$$\dot{\rho} = -\frac{3}{ac^2}(\rho c^2\dot{a} + P\dot{a})$$

$$= -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + \frac{P}{c^2})$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$; 허블 상수 (=팽창속도/우주 반경)

$$P = w\rho c^2$$; 압력

$$w = \begin{cases} 0 & \text{; 물질} \\ 1/3 & \text{; 복사} \\ -1 & \text{; 암흑 물질} \end{cases}$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$P = \frac{1}{3}\rho c^2$$; 복사지배 우주

$$\dot{\rho} = -3H\left(\rho + \frac{\rho}{3}\right) = -4H\rho$$

$$\begin{pmatrix} Total \\ energy \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Kinetic \\ energy \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Potential \\ energy \end{pmatrix}$$

$$U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$U = 0, \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r}$$

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{GM}{r}$$

허블의 법칙 : $v = Hr$

우주의 팽창속도 v는 거리 r에 비례

$$\frac{1}{2}H^2r^2 = \frac{G}{r}\frac{4}{3}\pi r^3\rho$$

$$H^2 = \frac{8}{3}\pi G\rho$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$\dot{\rho} = -4H\rho = -4\left(\frac{8}{3}\pi G\rho\right)^{\frac{1}{2}}\rho = -\left(\frac{128}{3}\pi G\right)^{\frac{1}{2}}\rho^{\frac{3}{2}}$$

$$\rho^{-\frac{3}{2}}\dot{\rho} = -\left(\frac{128}{3}\pi G\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}$$

$$\int \rho^{-\frac{3}{2}}\frac{d\rho}{dt}dt = \int -\left(\frac{128}{3}\pi G\right)^{\frac{1}{2}}dt$$

$$-2\rho^{-\frac{1}{2}} = -\left(\frac{128}{3}\pi G\right)^{\frac{1}{2}}t \rightarrow \rho^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{32}{3}\pi G\right)^{\frac{1}{2}}t$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$P = \frac{1}{3} a T^4$; a는 복사밀도 상수

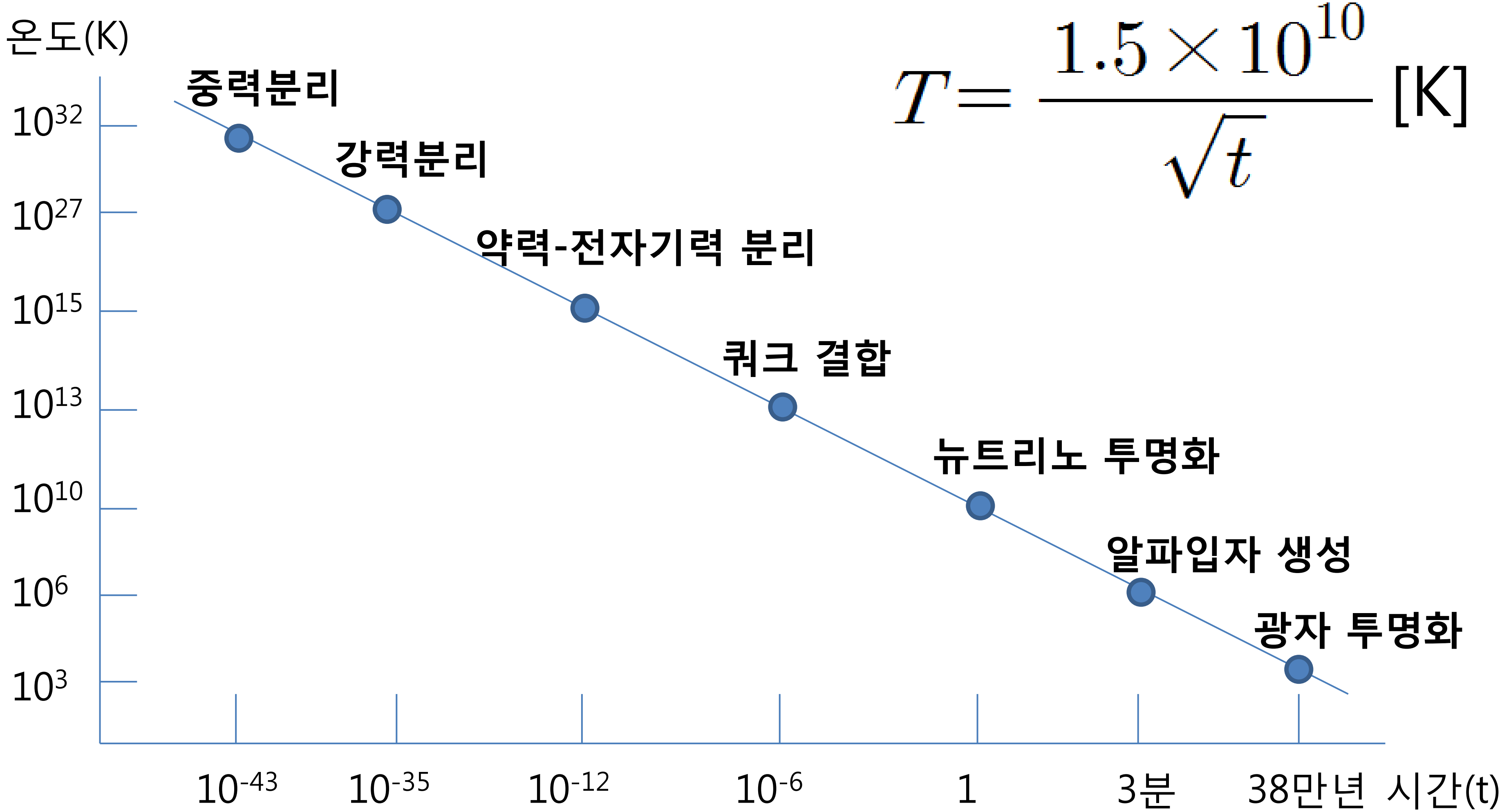
$$\frac{1}{3} a T^4 = \frac{1}{3} \rho c^2 \rightarrow \rho = \frac{a T^4}{c^2}$$

$$\rho^{-\frac{1}{2}} = \frac{c}{a^{1/2} T^2} = \left(\frac{32}{3} \pi G\right)^{\frac{1}{2}} t$$

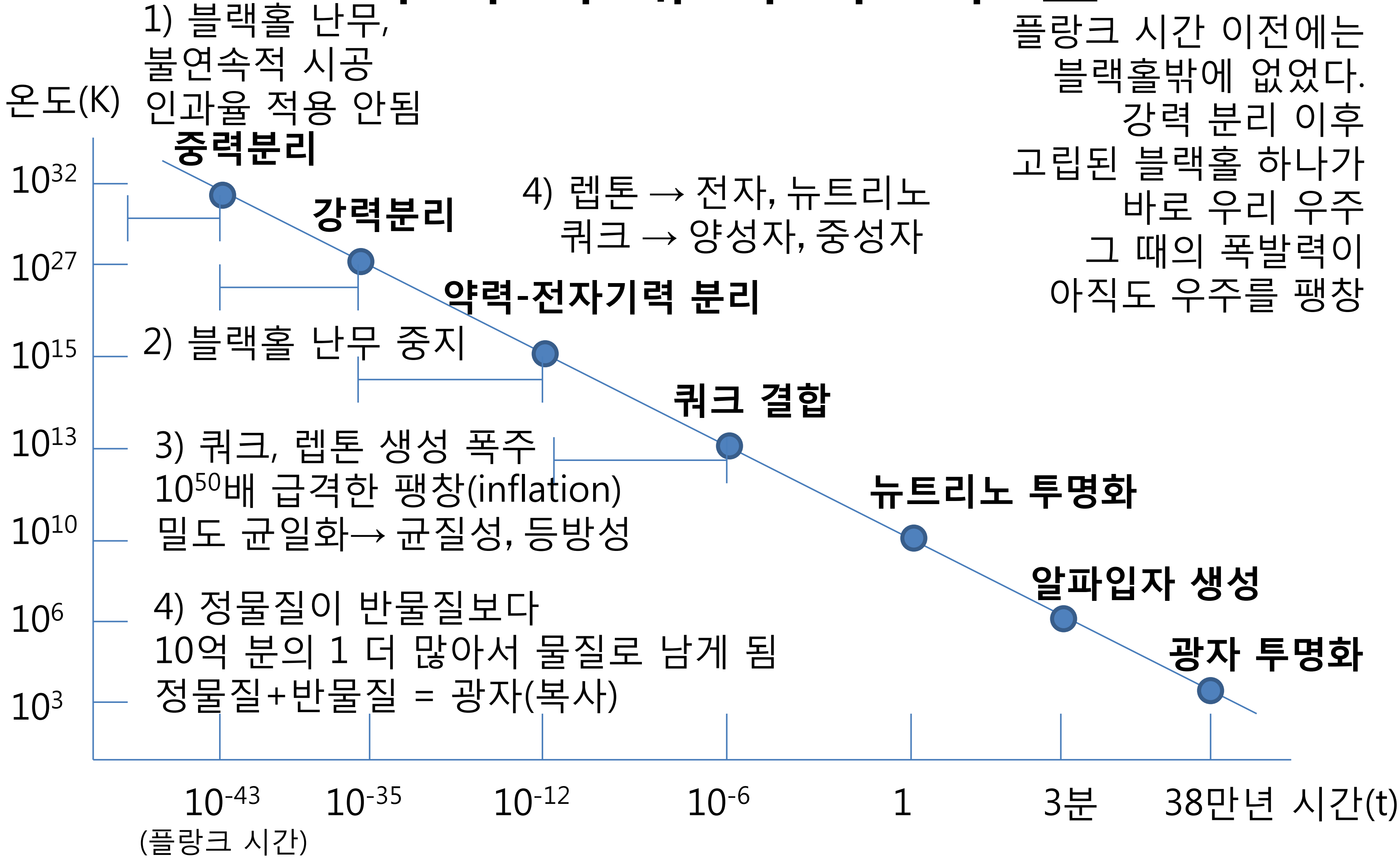
$$T^2 = \frac{c}{\left(\frac{32}{3} \pi G\right)^{\frac{1}{2}} a^{\frac{1}{2}} t} = \frac{1}{\left(\frac{32 \pi G a}{3c^2}\right)^{\frac{1}{2}} t}$$

#2. 복사지배 우주의 온도

$$T = \frac{1.5 \times 10^{10}}{\sqrt{t}} \text{ [K]}$$

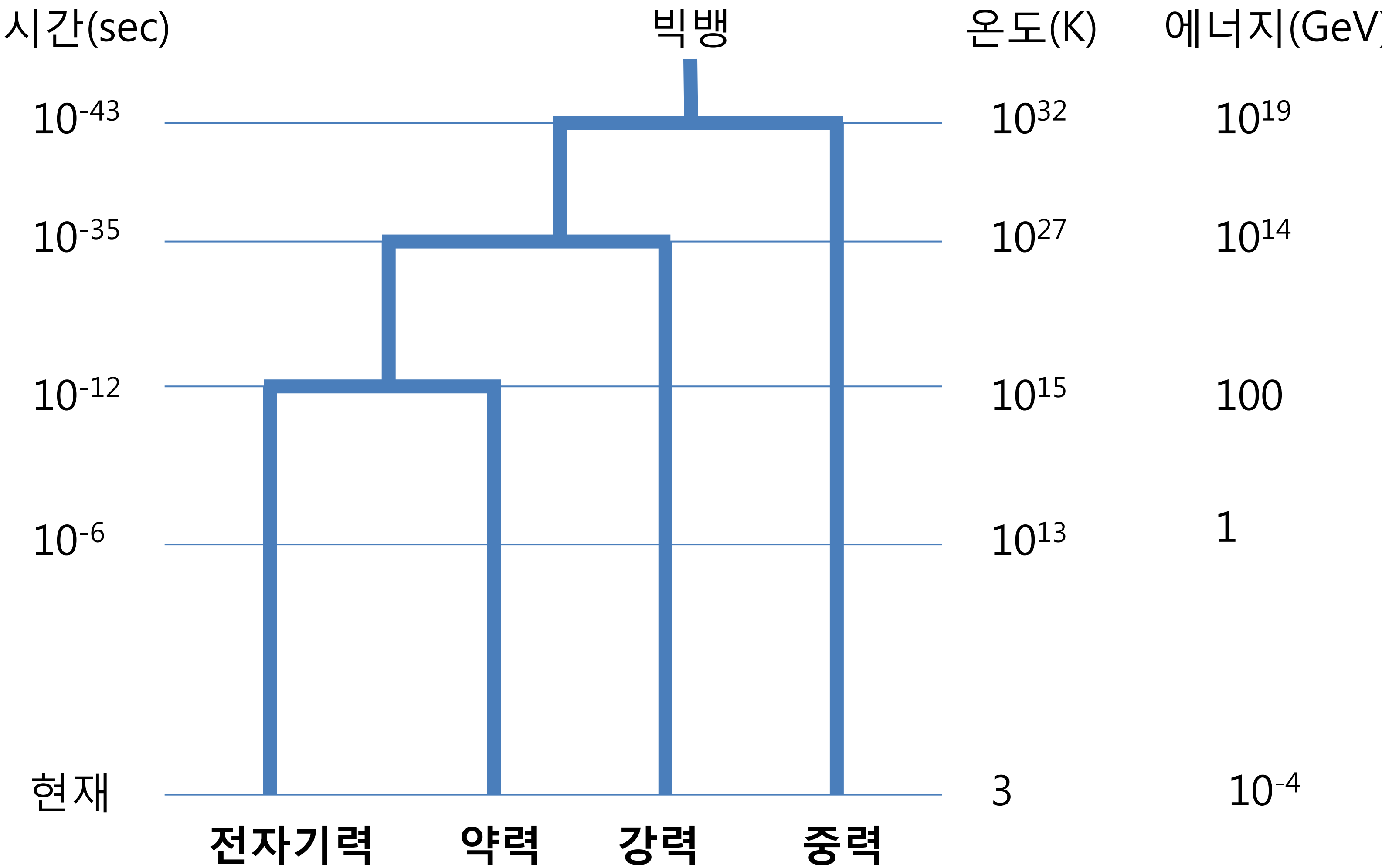


#2. 복사지배 우주의 온도



1) 블랙홀 난무,
불연속적 시공
인과율 적용 안됨
플랑크 시간 이전에는
블랙홀밖에 없었다.
강력 분리 이후
고립된 블랙홀 하나가
바로 우리 우주
그 때의 폭발력이
아직도 우주를 팽창
온도(K)
중력분리
강력분리
4) 렙톤 → 전자, 뉴트리노
쿼크 → 양성자, 중성자
약력-전자기력 분리
2) 블랙홀 난무 중지
쿼크 결합
3) 쿼크, 렙톤 생성 폭주
10^{50}배 급격한 팽창(inflation)
밀도 균일화→ 균질성, 등방성
뉴트리노 투명화
알파입자 생성
4) 정물질이 반물질보다
10억 분의 1 더 많아서 물질로 남게 됨
정물질+반물질 = 광자(복사)
광자 투명화
10^{32}
10^{27}
10^{15}
10^{13}
10^{10}
10^{6}
10^{3}
10^{-43}
(플랑크 시간)
10^{-35}
10^{-12}
10^{-6}
1
3분
38만년 시간(t)

#2. 복사지배 우주의 온도


시간(sec)
빅뱅
온도(K)
에너지(GeV)
10-43
1032
1019
10-35
1027
1014
10-12
1015
100
10-6
1013
1
현재
3
10-4
전자기력
약력
강력
중력

물리 상수 표

상수와 단위	기호	값
1 라디안	1 rad	$180°/\pi = 57.2957795° = 206\,264.8''$
1 (각의) 도	$1°$	0.01745329 rad
1 (각의) 초	$1''$	0.000004848 rad
광속	c	$2.997925 \times 10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}}$
중력상수	G	$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\,m^2kg^{-2}} = 4\pi^2 \mathrm{AU^3 M_{\odot}^{-1} a^{-2}}$
플랭크 상수	h	$6.6256 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}$
	$\hbar$	$h/2\pi = 1.0545 \times 10^{-34}\ \mathrm{Js}$
볼츠만 상수	k	$1.3805 \times 10^{-23}\ \mathrm{JK^{-1}}$
복사밀도 상수	a	$7.5643 \times 10^{-16}\ \mathrm{Jm^{-3}K^{-4}}$
스테판-볼츠만 상수	σ	$ac/4 = 5.6693 \times 10^{-8}\ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$
원자 질량 단위	amu	$1.6604 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
전자 볼트	eV	$1.6021 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}$
전자의 전하	e	$1.6021 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
전자의 질량	m_e	$9.1091 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg} = 0.511\ \mathrm{MeV}$
양성자의 질량	m_p	$1.6725 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 938.3\ \mathrm{MeV}$
중성자의 질량	m_n	$1.6748 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 939.6\ \mathrm{MeV}$
^{1}H 원자의 질량	m_{H}	$1.6734 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 1.0078\ \mathrm{amu}$
^{4}He의 질량	m_{He}	$6.6459 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg} = 4.0026\ \mathrm{amu}$
^{1}H의 리드베르크 상수	R_{H}	$1.0968 \times 10^{7}\ \mathrm{m^{-1}}$
질량이 ∞인 경우의 리드베르크 상수	R_{∞}	$1.0974 \times 10^{7}\ \mathrm{m^{-1}}$
기체 상수	R	$8.3143\ \mathrm{K^{-1}\ mol^{-1}}$
표준 기압	atm	101325 Pa = 1013mbar = 760 mmHg
천문 단위	AU	$1.49597870 \times 10^{11}\ \mathrm{m}$
파섹	pc	$3.0857 \times 10^{16}\ \mathrm{m} = 206265\ \mathrm{AU} = 3.26\ \mathrm{ly}$
광년	ly	$0.9461 \times 10^{16}\ \mathrm{m} = 0.3066\ \mathrm{pc}$

물리 상수 표

상 수 명	표시기호	수치		SI
원자질량 단위($u^{-12}C/12$)	u	1.66053	±0.00006	$\times10^{-27}$kg
진공 중의 광속도	c	2.997925	±0.000003	$\times10^{8}$m/s
기본 전하량	e	1.60219	±0.00007	$\times10^{-19}$C
전기 소량 e를 가진 입자	F	9.64867	±0.00016	$\times10^{4}$C/mol
1mol의 전하(Faraday상수) Avogadro수	N	6.02217	±0.00028	$\times10^{23}$mol^{-1}
이상 기체의 표준 부피 (l atm.0℃)	V_o	2.24136	±0.00030	$\times10^{-2}$ m^3/mol u
중성자의 질량	m_n	1.00867 1.67482	±0.00008	$\times10^{-27}$kg u
양성자의 질량	m_p	1.00728 1.67261	±0.00008 ±0.0004	$\times10^{-27}$kg $\times10^{-31}$kg
전자의 질량	m_e	9.10956	±0.000019	$\times10^{11}$C/kg
전자의 비전하	e/m_0	1.758803	±0.0006	$\times10^{-21}$J/T
Bohr 磁子	μB	9.2741		
기체 상수	R	8.3143	±0.0012	xJ/mol.K
Boltzaann상수(k=R/N)	k	1.38054	±0.00018	$\times10^{-23}$J/K
Planck 상수	h	6.6262	±0.0005	$\times10^{-34}$J.s
각운동량의 기본량($h=h/2\pi$)	h	1.0549	±0.0001	$\times10^{-34}$Js
Bohr반지름	a_0	5.29167	±0.00007	$\times10^{-1}$1m
전자의 고전반지름 ($r_e=e^2/m_e c^2$)	r_e	2.81777	±0.00011	$\times10^{-15}$m
Rydberg상수	Ry	1.097373	±0.0000003	$\times10^{7}$m^{-1}
미세 구조 상수($\alpha=2\pi e^2/hc$)	α	7.29735	±0.00010	$\times10^{-3}$

상 수 명	표시기호	수치		SI
전자의 Compton파장 ($\lambda C_e=h/m_e c$)	λ_{ce}	2.42621	±0.00006	$\times10^{-12}$m
양성자의 Compton파장 ($\lambda C_e=h/m_p c$)	λ_{cp}	1.32140	±0.00004	$\times10^{-15}$m
중성자의 Compton파장 ($\lambda C_e=h/m_n c$)	λ_{cn}	1.31958	±0.00004	$\times10^{-15}$m
1eV의 에너지		1.60210		$\times10^{-19}$J
1eV에 대응하는 진동수		2.418		$\times10^{14}$Hz
1eV에 대응하는 파장		1.240		$\times10^{-6}$m
1eV에 대응하는 파수		0.8066		$\times10^{6}$m^{-1}
1eV에 대응하는 온도		1.1605		$\times10^{4}$K
1eV에 대응하는 질량 (1u=931.4MeV)		1.074		$\times10^{-9}$u
Planck의 복사 법칙에 포함되는 상수	$C_1=2\pi^2ch$ $C_2=hc/k$	3.741844 1.438833		$\times10^{-16}$Wm^2 $\times10^{-2}$mK
Wien의 변위치($\lambda_m T$)		2.8978	±0.0004	$\times10^{-3}$mK
Stefan-Boltzmann상수	σ	5.6696	±0.0029	$\times10^{-8}$ W/m^{2}K^4
만유 인력 상수	G	6.673	±0.015	$\times10^{-11}$ $\times10^{-8}$
중력 가속도	g_0	9.80665		m/s^2
물의 응고점의 열역학적 온도		273.15		K
물의 삼중점의 열역학적 온도		273.16		K

http://blog.daum.net/hongbkim/3699