

제 7 회 137억년 우주 진화

2015년, 5월 10일

6강 galaxy의 진화 (glowing fog)

시간 공간

$$(ds)^2 = (cdt)^2 - R^2(t) \left[\left(\frac{dw}{\sqrt{1-kw^2}} \right)^2 + (w d\theta)^2 + (w \sin \theta d\phi)^2 \right]$$

우주 스케일링 팩터 $R(t_0)=1$

현재를 '0'로 둔다.

FRW metric

light-like $ds=0$ $d\theta=d\phi=0$

빛으로 보면 0이 된다.

$$cdt = R(t) \frac{dw}{\sqrt{1-kw^2}}$$

한쪽을 시간으로 본다

$$\frac{cdt}{R(t)} = \frac{dw}{\sqrt{1-kw^2}}$$

빛을 관찰하는 (observer) 시간

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \int_{w_0}^{w_e} \frac{dw}{\sqrt{1-kw^2}}$$

emission
빛이 시작될 시간우주의 팽창 속도가 시간에 따라
다르게 때문에 $R(t)$ 를 넣어 주어야 한다.

빛의 한 파장을 측정하기

 t_0 때문에 첫번째 파장과

두번째 파장은 거의 차이가

없다. 잘라의 차이 만 때문에

빛의 시간 차이에기 때문이다.

$$\int_{t_e+\Delta t_e}^{t_0+\Delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \int_0^{w_e} \frac{dw}{\sqrt{1-kw^2}}$$

$$\int_{t_e+\Delta t_e}^{t_0+\Delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} - \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = 0$$

$$\int_{t_e+\Delta t_e}^{t_e} \frac{cdt}{R(t)} + \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} - \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = 0$$

$$\int_{t_e+\Delta t_e}^{t_e} \frac{cdt}{R(t)} + \int_{t_0}^{t_0+\Delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} = 0$$

$$\frac{[t]_{t_e+\Delta t_e}^{t_e}}{R(t_e)} + \frac{[t]_{t_0+\Delta t_0}^{t_0}}{R(t_0)} = 0$$

$$\frac{t_e - (t_e + \Delta t_e)}{R(t_e)} + \frac{(t_0 + \Delta t_0) - t_0}{R(t_0)} = 0$$

$$\frac{-\Delta t_e}{R(t_e)} + \frac{\Delta t_0}{R(t_0)} = 0$$

$$\frac{\Delta t_e}{R(t_e)} = \frac{\Delta t_0}{R(t_0)} = \Delta t_0$$

$$\Delta t_0 = \frac{1}{R(t_0)} \Delta t_e$$

Cosmic time expansion

우주의 시간은 다르다. 빅뱅 당시의 시간은

지금의 비해 매우 빠르게 흘렀다. 공간도 마찬가지다.

공간의 팽창률이 다르다. 답글은 정리할 수
없다. 9월 24일로 가능하하다.

$$\lambda = c \Delta t \quad \lambda_0 = c \Delta t_0$$

$$\frac{1}{R(t_e)} = \frac{\Delta t_0}{\Delta t_e} = \frac{(\frac{\lambda_0}{c})}{(\frac{\lambda_e}{c})} = \frac{\lambda_0}{\lambda_e}$$

→ 현재 내가 받고 있는 파장

→ 1900년 파장

$$z \equiv \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \quad z = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1$$

↑ 현재

↳ 빛이 빠져 나온 시기

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_e} = z + 1 = \frac{1}{R(t_e)}$$

$$d_p(t) = R(t) \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)}$$

↑ 빛이 도착

↑ 빛이 출발

← 고유거리

= 지평선 거리

$$d_h(t) = R(t) \int_0^t \frac{cdt}{R(t)}$$

RDU

Radiation Dominant universe

$$R(t) = C't^{\frac{1}{2}}$$

$$d_h(t) = C't^{\frac{1}{2}} \int_0^t \frac{cdt}{C't^{\frac{1}{2}}}$$

← 지평선 거리

$$= C't^{\frac{1}{2}} \int_0^t t^{-\frac{1}{2}} dt$$

$$= C't^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} t^{\frac{1}{2}} = 2ct \quad (\text{광속의 2배})$$

MDU

matter Dominant universe

$$R(t) = C't^{\frac{2}{3}}$$

$$d_h(t) = 3ct$$

$$d_p(t_0) = R(t_0) \int_{t_{dec}}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)}$$

$$d_p(t_0) = C't_0^{\frac{2}{3}} \int_{t_{dec}}^{t_0} \frac{cdt}{C't^{\frac{2}{3}}}$$

$$= C't_0^{\frac{2}{3}} \int_{t_{dec}}^{t_0} t^{-\frac{2}{3}} dt$$

$$= C't_0^{\frac{2}{3}} \left[t^{\frac{1}{3}} \right]_{t_{dec}}^{t_0}$$

$$= C't_0^{\frac{2}{3}} \cdot 3 \cdot \left[(t_0)^{\frac{1}{3}} - (t_{dec})^{\frac{1}{3}} \right]$$

$$= 3ct_0 \left[1 - \left(\frac{t_{dec}}{t_0} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

↳ 3,000k, z=1089 (지금으로부터 1,000억 년)

배셀 function 그림 (곡면, 무한 광원, 은하 ... etc)

우주의 별은 대략 빅뱅 이후 403년, 은하계는 103년 정도이다.

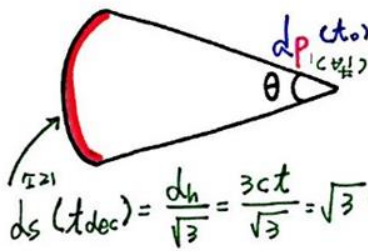
→ 감+1
관감은 $z(z+1)$ 이다.

$z(z+1)$ 이면 $1/8$ 로 지금 우주의 $1/8$ 이라고 한다.

→ 같다고 본다.
고유거리 = 지평선 거리

(빅뱅) 빅뱅부터 떨어져 나간





$$d_s(t_{dec}) = \frac{d_h}{\sqrt{3}} = \frac{3ct}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} c t_{dec} = 201 \text{ kpc}$$

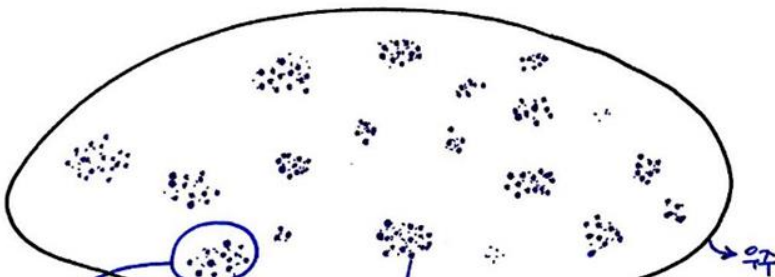
$$d_p(t_0) \theta = d_s(t_{dec}) (1 + z_{dec})$$

$$3ct_0 \left[1 - \left(\frac{t_{dec}}{t_0} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \theta = d_s(t_{dec}) (1 + 1089)$$

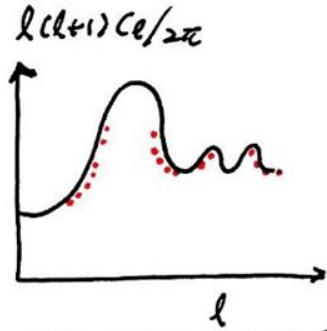
\swarrow 38만년 \swarrow 201 kpc
 \swarrow 13억년

$$\theta = 1.03^\circ \quad l = \frac{180^\circ}{1.03^\circ} = 175 \sim 200$$

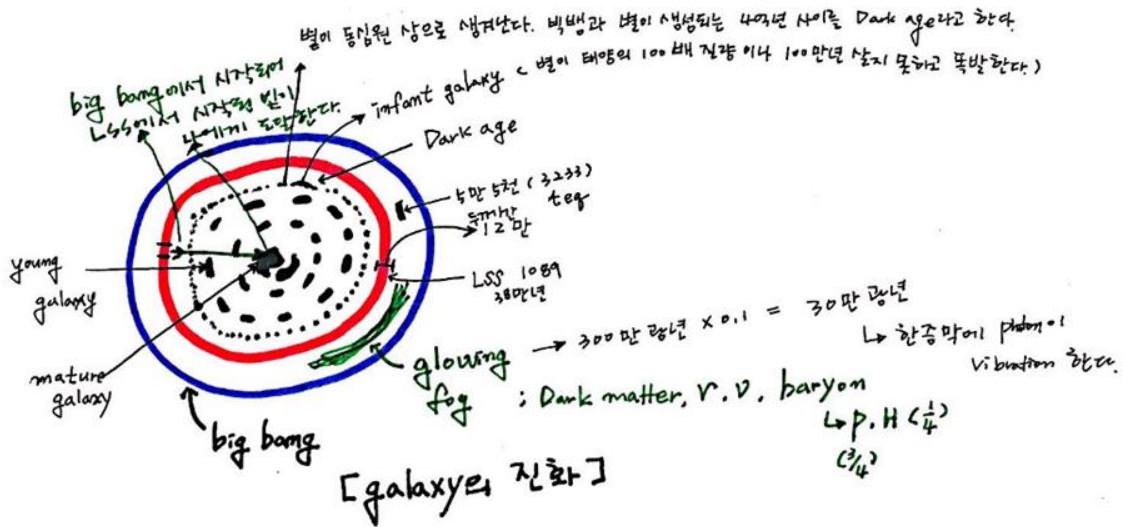
flat universe



우주론에서는 별이나 은하계의 이야기가 아니다.
 약어도 은하단을 이야기 한다. 은하단을 은하계라고
 할 때 은하단은 은하계라고 정의 하자. 이때 우주론은
 은하계에서 미크로미터의 이야기이다.
 그래서 시공의 곡률, 불균질 등의 이야기가 아님을
 우선 알아야 한다.
 보는 바다가 다르다. 이 개념을 알 때 우주론을
 느낄 수 있다.

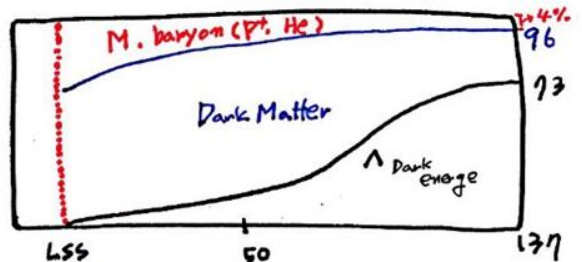
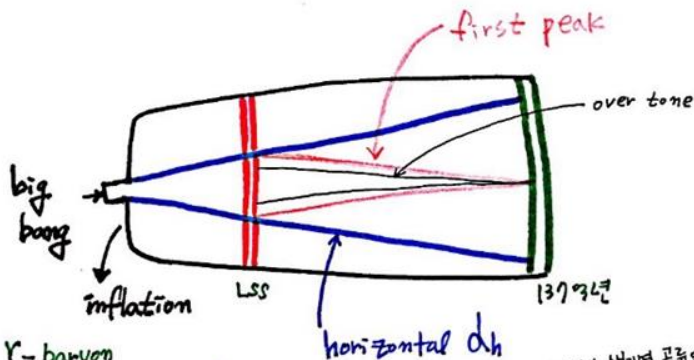


우주론을 평평한 우주라고 정해둔
 학자들은 우주를 측정하였다.
 방향점으로 찍은 것은 천문대와
 Wmap. 등등의 측정 결과이다.
 학자들은 슬프게 기다렸다.
 결과가 나오고 나서 계산할
 한 것이 아니다. 불초만 방정식에
 따라 평평한 우주임을 알고
 있었고, 정말로 l 값이 맞는지
 기다렸다. 그리고 2 값은
 일치하였다. 평평한 우주의
 증명이다.



Dark age → free streaming

어둠, 그저 어둠만 있는 공간에
 빛이 바닷물 나간다. 별이 만들어지기 전에
 빛이 어둠에 부러진다.
 빛이 부러져 별이 되는 4억년 사이의
 시간을 Dark age라고 한다.



γ -baryon oscillation-fluid
 glowing fog
 한공막에 안개가
 있는 것처럼 두께가 커짐
 형태만 같은
 안개 시간이었다.

다크매터가 생기고
 중력으로 만들어진 힘이 있고
 양전자, 포톤, 중성미자
 안에서 흔들림 있다.

380만년에 힘이 열릴 것처럼
 포톤이 빠져 나오게 되었다.

→ 4-

다크매터가 생기고
 중력으로 만들어진 힘이 있고
 양전자, 포톤, 중성미자
 안에서 흔들림 있다.

→ ISW (Sachs-Wolfe Effect)

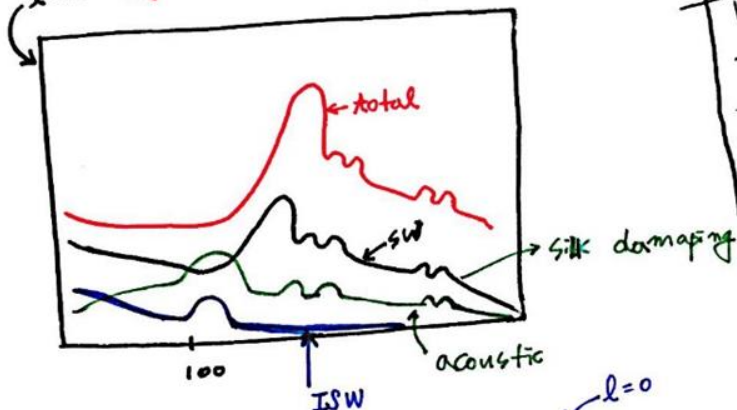
$$dr = a^2(ct) [-(1+2\psi) - (1+2\Phi) \delta_{ij} dx^i dx^j]$$

→ $E_{DM} : E_r : E_b = 6.4 : 1.4 : 1$
 다크매터가 생기고
 중력으로 만들어진 힘이 있고
 양전자, 포톤, 중성미자
 안에서 흔들림 있다.

SW - [SW
 ISW {early remnant r at LSS
 late A

라인만 알라 퍼세이드 (light meter) 로 CMB를 측정하면 공간에 있는 별, 은하에
블랙홀 ...등이 있어 파장에 (나노 미터)
크기가 난다. 이 때 흡수처럼 크기가 난 측정값은 우주의 별, 은하계, 블랙홀 등의
정보를 가지고 있는 것 같아 보인다.

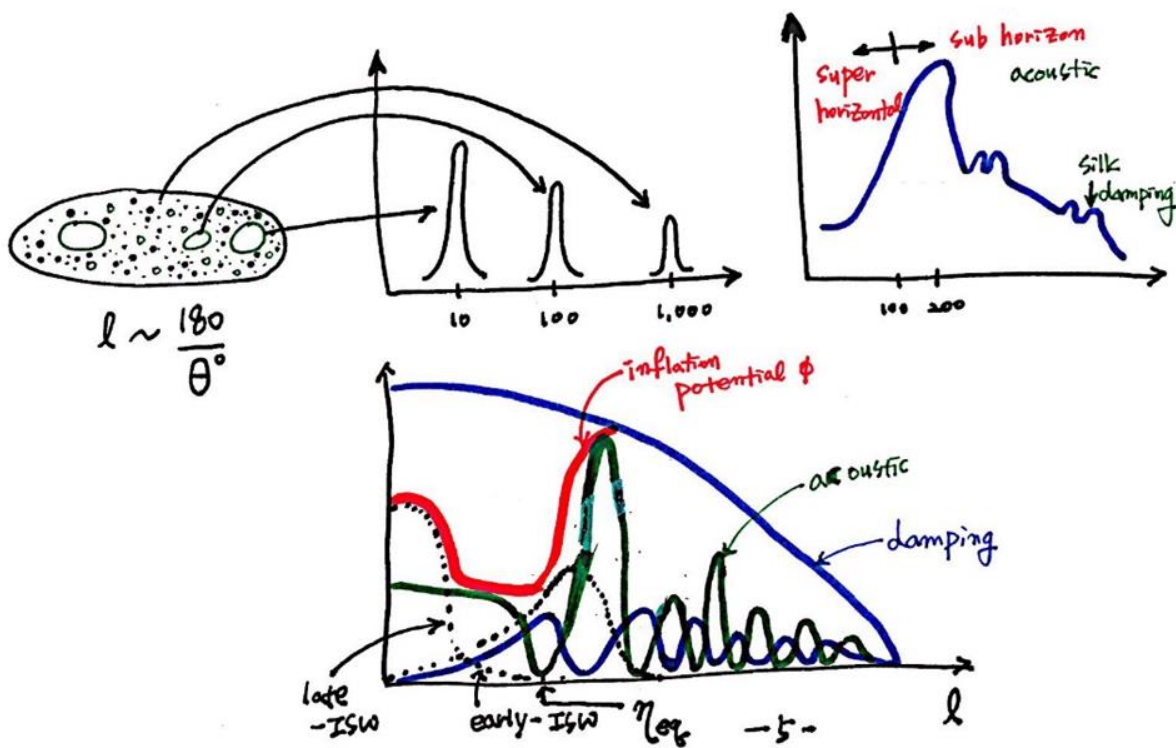
$$l(l+1)C_l \quad l(l+1)C_l^{LS} = \frac{\pi \Omega_m^2 h^2}{2 D(l)} \sqrt{h}^2 \quad L_S \rightarrow l < 20$$



배설 함수에 의해 퍼진 물질
같은 파장이 퍼진다. 이 때 모음이
떨어지는 바는 물질의 밀도가 된다.
모음과 모음 사이가 1억 5천만 광년
일 때 밀도가 가장 높게 나타난다.
이 말은 1억 5000만 광년을
사이로 둔 은하계에 가장
많은 별이 응집해 있다.

$$\begin{aligned} \theta_l(\eta_0) = & [\theta_0(\eta_*) + \psi(\eta_*)] j_l(k(\eta_0 - \eta_*)) \\ & + \theta_1 \left[j_{l-1}(k(\eta_0 - \eta_*)) - \frac{l+1}{k(\eta_0 - \eta_*)} j_l(k(\eta_0 - \eta_*)) \right] \\ & + \int_{\eta_*}^{\eta_0} d\eta e^{-\tau} [\dot{\psi}(\eta) - \dot{\Phi}(\eta)] j_l(k(\eta_0 - \eta)) \end{aligned}$$

$\leftarrow l=0$
 $\leftarrow l=1$
 $\leftarrow \text{ISW}$



만약 인력 → 가속도

$$F \rightarrow \frac{\ddot{R}}{R} \rightarrow M \rightarrow \sigma(x) \rightarrow \lambda_J \rightarrow M_J$$

$$F = -\frac{GMm}{R^2} \quad a = \frac{d^2 R}{dt^2} = \ddot{R} \quad a = \frac{F}{m} \quad \ddot{R} = -\frac{G\Delta M}{R^2}$$

← 병풍 폭

중력붕괴는 자유 낙하를

같은 개념으로 보았을 때

벗어나려는 힘과 모으려는 힘

중에 모으려는 힘으로

모인 때의 질량을 전제 질량

이해 한다.

$$\ddot{R} = -\frac{G}{R^2} \left(\frac{4\pi}{3} R^3 \bar{\rho} \sigma \right) \quad \frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho} \sigma$$

$$M = \frac{4\pi}{3} [1 + \sigma(x)] R^3 \bar{\rho} \quad R^3 = \frac{3M}{4\pi \bar{\rho}} (1 + \sigma)^{-1}$$

$$R = \left(\frac{3M}{4\pi \bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{3}} (1 + \sigma)^{-\frac{1}{3}} = R_0 (1 + \sigma)^{-\frac{1}{3}} \quad \sigma(x) \ll 1$$

← R_0

$$R \approx R_0 \left(1 - \frac{1}{3} \sigma \right) = R_0 - \frac{1}{3} R_0 \sigma$$

$$\ddot{R} = -\frac{1}{3} R_0 \ddot{\sigma} \quad \frac{\ddot{R}}{R_0} = -\frac{1}{3} \ddot{\sigma} = -\frac{4\pi G}{3} \bar{\rho} \sigma$$

↑ $\sigma(x)$ 이르면 안된다.

$$\ddot{\sigma} = 4\pi G \bar{\rho} \sigma$$

Newton에 대한 2차

미분 방정식

$$\ddot{\sigma} - 4\pi G \bar{\rho} \sigma = 0$$

← k^2

$$\ddot{\sigma} - k^2 \sigma = 0 \quad \frac{d^2 \sigma}{dt^2} - k^2 \sigma = 0 \quad \left(\frac{d}{dt} - k \right) \left(\frac{d}{dt} + k \right) \sigma = 0$$

$$\frac{d\sigma}{dt} - k\sigma = 0 \quad \frac{d\sigma}{\sigma} = k dt \quad \int \frac{d\sigma}{\sigma} = k \int dt$$

$$\ln \sigma = kt \quad e^{\ln \sigma} = e^{kt} \quad \sigma = e^{kt}$$

↑ σ 가 매우 작을 때 $\ln \sigma \approx \sigma$ 가 된다.

$$\sigma(x) = e^{kt} = e^{\frac{x}{v_d}} \quad k_d = \frac{1}{R} = \frac{1}{\left(\frac{3M}{4\pi \bar{\rho}} \right)^{\frac{1}{3}}}$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \bar{\rho} \quad \epsilon = \bar{\rho} c^2 \quad \bar{\rho} = \frac{\epsilon}{c^2} \quad H^2 = \frac{8\pi G \epsilon}{3 c^2}$$

← 허블 상수

$$\frac{1}{H} = \left(\frac{3 c^2}{8\pi G \epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad t_d = \left(\frac{c^2}{4\pi G \epsilon} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{H} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t_d \quad t_d = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{H}$$

$$\lambda_J = 2\pi C_S t_d \quad C_S = \frac{c}{\sqrt{3}} = 0.58c$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \text{음파속도(sonic)} \\ &= 2\pi \frac{c}{\sqrt{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{H} \\ &= \frac{\sqrt{2}\pi}{3} \frac{c}{H} = 3 \frac{c}{H} (\eta_0) \end{aligned}$$

광속의 60% 정도
(물질이 광속의 60%가 된 이후는 광자만
물질이 융합되어 있었기 때문이다. 그 이후
광자만 물질이 바뀌어지면 물질의 속도는 온도가
속도가 된다.)

$$C_S(\text{baryon}) = \sqrt{\frac{P}{\rho}} c = \left(\frac{KT}{mc^2}\right)^{\frac{1}{2}} c = \left(\frac{0.26 \text{ eV}}{1140 \times 10^6 \text{ eV}}\right)^{\frac{1}{2}} c = 1.5 \times 10^{-5} c$$

38만년
= $5 \times 10^3 \text{ m/sec}$

$$F = \frac{C_S(b)}{C_S(r)} = \frac{1.5 \times 10^{-5} c}{0.58 c}$$

물질이 홀로 있을 때의
물질 음파 속도를 구해 주어야
한다.

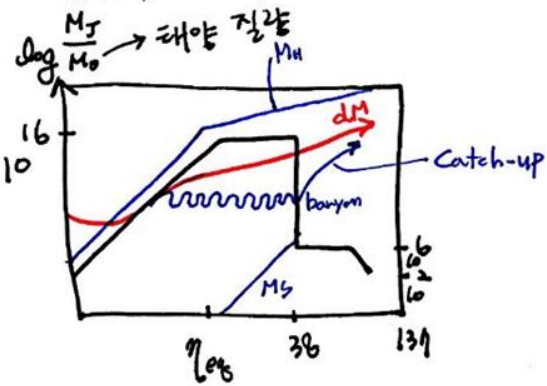
$$M_J = \rho_{\text{bary}} \left(\frac{4\pi}{3} \lambda_J\right)^3$$

태양 질량의 수백배
→ 귀납 성단

$$F^3 M_J = 1 \times 10^{15} M_\odot$$

$\downarrow 1 \times 10^{18} M_\odot$
태양 질량
 \downarrow at 38만

CMB의 대량 광자가 지닌 20 N개의 내용이었다.



다음 우주론이 다들

질량 질량 교환

baryon or dark matter를

Catch up해서 dark matter를
따라 가든.