

제 10 회 137 억년 우주의 진화 9강 우주론  
(박문호 박사님의 강의를 초록한 것입니다.)

시공의 대칭구조가 물질에게 대칭 구조를 부여한다.  
우리가 보는 세계, 바위, 나무, 구름, 별은 시공이 그런 대칭구조를 현현한 것이다.  
4 가지 컨텐넘버, 네 가지 숫자의 조합이 원자를 define 한다.

우리가 쓰는 방정식은 10 개 이내이다.  
자연과학 다 둘러보아도 제대로 된 방정식 10 개가 넘지 않는다.  
방정식 2 개와 정의 하나면 10 년간 공부할 거리가 된다.  
너무 간단해서 믿기 어려울 것이다. 이것이 어렵다고 하면 말이 안 된다.  
2 가지 공식과 한가지 정의, 이것이면 물리학 끝난다.  
이것 또한 내가 항상 강조하는 전자, 양성자, 광자의 이야기 이다.

1.  $F=ma$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad E = h\nu \quad E = \hbar\omega$$

$$c = \lambda\nu \quad \lambda = \frac{h}{p} \quad p = \hbar k$$

2.  $H\psi = E\psi$

$$e^{i(kx - \omega t)} = e^{\frac{i}{\hbar}(px - Et)}$$

3.  $S = k \ln \Omega$

$$dE = Tds - pdv + \mu dN$$

$$H \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad P \rightarrow -i\hbar \nabla \quad p = mv$$

$$(\Delta x)(\Delta p) \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\underset{H}{E} = K.E. + P.E. = \frac{1}{2}mv^2 + V(r)$$

$$(\Delta L_z)(\Delta \phi) \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \nabla = \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

$$(\Delta E)(\Delta t) \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

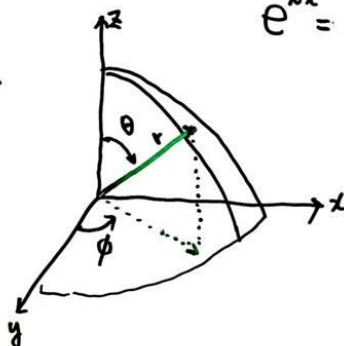
$$L = r p = mvr$$

$$[X, P] = i\hbar I$$

$$(xp - px)\psi = 0 \rightarrow \text{Classical}$$

$$\neq 0 \rightarrow \text{Q.M.}$$

$$e^{i\lambda x} = \cos \lambda x + i \sin \lambda x$$



2 가지 공식만 알면 된다. 믿지 못할 것이다. 공부 방식을 재고해야 한다.

첫 번째 공식은  
 $F=ma$  이다.

모든 자연과학이 시작되는 공식이다.  
앞으로 4 번의 강의를 듣고 나면, 내가 그것을 증명했다는 것을 알게 될 것이고, 여러분은 자유롭게 될 것이다.  
그때는 물리학이 어렵다는 말을 취소해야 할 것이다.  
여러분이 뭘 모르냐 하면, 이 공식이 얼마나 powerful 한지 모른다.  
자연에서 일어나는 거의 모든 것, 99.9%가 이 공식이면 해결된다는 사실을 모르는 것이다.

두 번째 공식은  
 $H\Psi=E\Psi$  이다.

두 번째 공식도  $F=ma$  의 확장 편이다.  
자연에는  $F=ma$  이외에는 없다고 해도 된다.  
이 두 가지 공식이 얼마나 powerful 한지 알면 자연과학은 끝난다. 더 이상은 없다.

세 번째 공식  $S=K \log \Omega$  도  $F=ma$  의 확장 편이다. 이것은 정의이다.  
이 세가지 공식을 수 천 가지 응용 편으로 풀어 쓰는 것이 자연과학이다.

$F=ma$ : 역학

$H\Psi=E\Psi$ : 양자역학

$S=K \log \Omega$ : 열역학

이것으로 자연과학 끝이다.

사실  $F=ma$  하나면 다 끝난다.

일반 상대성 이론은  $F=ma$  의 4 차원 version 이다.,

$F=ma$  를 사과, 바람, 돌, 달에 적용한 것이 고전 역학이고

$F=ma$  를 원자에 적용하면 양자역학이고,

$F=ma$  를 무지하게 많은 분자에 적용한 것이 열역학이다.

더 이상은 없다. 뭔가 있다고 생각하기 때문에 어려운 것이다.

모든 것은 이 세가지면 다 설명할 수 있다.

자동차를 타고, 우주로 나가고, 별이 핵융합을 하고, 세포 속에서 ATP 를 합성하고, 바람이 불고, 별이 반짝거리고

모든 것을 다 이 3 가지 공식으로 설명된다.

주기율표도 2 번째 공식에서 나온다.

10 년째 공부를 해보니 더 확실해 진다. 예외가 없다. 자유로워 진다.

시공의 대칭구조가 물질에게 대칭구조를 부여한다. 이것이 양자역학이다.

우리가 보는 세계(돌, 사과, 바람, 집, 별, 자동차 등 모든 것)는 시공의 대칭 구조의 출현이다.

시공이 그런 대칭구조를 현현(顯現)한 것이다.

quantum number

양자역학을 해보면 수소원자핵 주변의 전자를 define 하는 양성자의 배열 상태는 4 개의 quantum number 밖에 없다.

4 가지 숫자의 조합, 그것도 자연수 이다. 그것이 원자를 define 한다. 원자를 define 하는 것은 4 가지 숫자의 조합이다.

시공의 모든 point 는 한 세트 숫자의 다발일 뿐이다.

반도체는  $10^{23}$  개의 양성자로 구성되어 있다. 브레인은 양성자  $10^{29}$  개로 구성되어 있다.

$10^{29}$  개 양성자가 어떤 식으로 배열이 되었더니, 자기 배열 상태를 인식하는 배열이 출현했다.

자신의 배열을 인지하는 어떤 원자의 배열이 우주에 출현한 것이다. 그것이 바로 인간의 의식이다.

원자의 배열 상태는 시공 상의 모든 point 에 주어진 4 개의 quantum number 이다.

파인만은 양자역학을 보고 충격 받지 않은 사람은 양자역학을 잘 이해하지 못한 사람이라고 했다.

자연은 시공의 수학적 구조이다.

$F=ma$ ,  $H\Psi=E\Psi$ ,  $S=K \log \Omega$  이것이 수학적 구조이다.

수학적 구조가 자연을 묘사하는 것이 아니라 반대로 수학적 구조 자체가 바로 자연이다.

양자역학에서  $\Psi$  function 을 해석하는데 수십 년 걸렸다.

$\Psi(r,\theta,\phi)$ 이 무슨 의미인지 몰랐다.

양자역학 책에,  $H\Psi=E\Psi$ 에서  $\Psi$ 는 모든 물리 정보를 갖고 있다고 되어 있다..

막스 보른은

$$\int \Psi^* \Psi dx^3 = 1$$

시공간에 대해 확률을 모두 계산하면 1 이 나와야 된다고 했다.

입자의 존재확률이 수식으로 표시됐다.

그러면 수식이 먼저인가 입자의 존재가 먼저인가.

그 동안 시공의 구조가 있고 그 구조를 묘사한 수식이 있다고 생각했다.

그것을 뒤집을 수도 있다고 한다. 수식이 곧 시공이고 자연이라는 것이다.

극단적 주장 같지만 양자역학을 관통하는 사상은 수학적 구조라는 것이다.

시공의 구조를 묘사하는 것이 수학적 구조가 아니고, 반대로 수학적 구조가 시공이고 자연이라는 것이다.

수뢰딩거의  $H\Psi=E\Psi$

$E=T+V$

공간의 구조가  $(r,\theta,\phi)$ 이다.

$H\Psi=E\Psi$ 를 푸는 것의 50% 이상이 좌표변환이다. 공간의 좌표를 변환하는 일이다.

우주는 원운동이다. 그래서 구 좌표로 표시해야 한다.

공간의 직각좌표(x,y,z)를 구 좌표(r,θ,φ)로 변환하는 일이다.

이 과정에 코사인과 사인으로 범벅이 되어 있어 질려버린다.

그래서 양자역학이 어렵다고 한다.

그러나 관문을 뚫고 나면 본질이 보인다.

좌표는 공간의 한 point를 표현하는 기준 축이다.

시공의 대칭구조가 그 대칭구조를 물질에 부여한다.

그것이 양자역학이다.

벌써 버찌가 떨어져서 빗물 속에 잠겨져 있다.

봄에 피었던 꽃잎이 열매가 되었다가 떨어져 있다.

분자적으로 보면 C, H의 양성자 덩어리들이 떨어져 질퍽한 물이 되어 있다.

그리고 운동화에 물감을 들인다. 양성자들이 시공의 위치를 바꾸고 있다.

45 억년 전- 벚꽃-버찌- 질퍽한 무구덩이-운동화-현관으로 양성자가 위치하는 시공의 구조가 바뀐다.

시공의 구조가 바뀌고 그것은 Force에 따른다.

벚꽃에 있던 양성자가 시간이 경과함에 따라 공간을 바꾼다.

나를 구성하는 것은 거대한 4 차원 시공상의 event 다발이다.

양성자 하나하나가 각각의 고유한 세계 선을 갖고 있다.

그 선들이 시공 상 한 point로 모이더니

극히 짧은 시간인 100 년 남짓, 한 개인이라는 물질적 존재 속에서 같은 다발을 형성한다.

그리고는 그 양성자들은 100 년도 되기 전에 각기 제 갈 길로 떠나 흩어진다. 이것이 우리들의 모습이다.

양성자들의 상호 과정을 반영하는 관찰자 순간이 생기고,

이전기억과 지금 기억, 그리고 미래의 기억이, 기억과 기억 사이를 인식하고 설명한다.

이전기억, 현재 기억, 미래기억

기억과 기억 사이의 관계가 계속 이어진다. 그 기억과 기억의 관계를 현실이라 한다. 우리가 보는 현실이 출현한다.

지금 나는 벚꽃에서 시작한 양성자 하나를 순간적 관찰자 순간에 인식하고, 그것을 여러분에게 설명하고 있는 것이다. .

그 모든 것이 시공의 대칭 구조에 아로새겨져 있다. 양자역학에서는 시공의 대칭구조 그 자체가 입자 자체가 된다.

이런 세계를 우주적으로 밝히는 것이 양자역학이고 일반 상대성 이론이다.

사람으로 태어나서 어찌 이런 것을 공부하지 않을 수 있는가?.

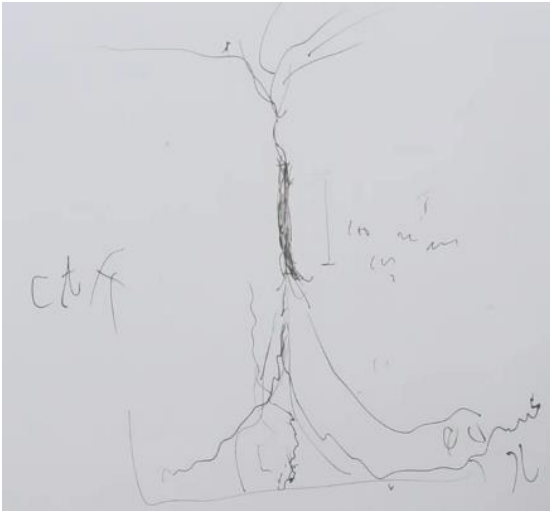
$F=ma$  밖에 없다.

브레인 양성자  $10^{29}$  개로 이루어져 있다.

브레인 속의 양성자 1 개가 어떻게 움직이는 것을 알면, 그것을 모두 합하면 된다. 더 이상 없다.

시공의 대칭 구조가 입자 구조이고, event 다발이다.

인생은 하나의 event 다발이다.



여러분들이 뭘 모르는지 안다.

보조 방정식은 줄줄 나와야 한다. 생각해서 적으면 안 된다.

무조건 하면 된다. 기죽을 필요 없다.

공부 잘하는 방법은 아는 체 하는 것이다. 그러다 보면 알게 된다.

$$H\psi = E\psi$$

$$H = \frac{mv^2}{2} + V(r) = \frac{(mV)^2}{2m} + V = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V$$

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = E\psi \quad \psi(r, \theta, \phi) = R_{n,l} \Theta_{l,m_l} \Phi_{m_l}$$

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) \psi = 0 \quad m_l = 0, \pm 1, \dots, \pm l$$

$$(x, y, z) \xrightarrow{J} (r, \theta, \phi) \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

$$m_s = \pm \frac{\hbar}{2} \uparrow, \downarrow$$

$$n=1 \rightarrow l=0 \rightarrow m_l=0$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \eta_i} \left( \frac{J}{h_i^2} \frac{\partial \psi}{\partial \eta_i} \right)$$

$$n=2 \rightarrow l=0, 1 \rightarrow m_l=0, \pm 1$$

$$h_1 = 1 \quad h_2 = r \quad h_3 = r \sin \theta \quad J = h_1 h_2 h_3 = r^2 \sin \theta$$

$$\eta_i = r, \theta, \phi \quad \psi(x, y, z) \rightarrow \psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

$$L_z Y_{l,m} = m \hbar Y_{l,m}$$

$$L^2 Y_{l,m} = l(l+1) \hbar^2 Y_{l,m}$$

$$H\psi = E\psi$$

H(해밀토니안)은 공간에 대하여 2 차 미분한다는 의미이다.

$\psi$ (프사이)는 미시세계(원자)에 대한 모든 정보를 가졌다.

$\psi$  함수를 2 번 미분하면 에너지 상수 E가 나오고  $\psi$ 는 그대로 나온다.

함수에 연산을 하고 나도 바뀌면 안 된다.  $\psi$ 는 바뀌지 않는다.

함수에 number가 붙는다. 넘버(n)가 정수이다. 정수가 되기 때문에 덩어리 진다.

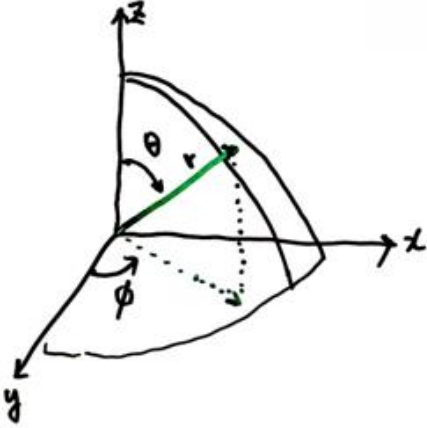
덩어리가 영어로 quantum이다. 양자역학은 n이 정수라는 뜻이다.

시공의 대칭구조 때문에 quantum number 가 생기고 원자가 출현한다.  
시공의 수학적 구조를 훈련해야 한다.

원자의 출현

$(x, y, z) \longrightarrow (r, \theta, \phi)$

자코비안(J): 직각좌표에서 구 좌표를 구하는 공식



축구공 껍질 한 point 를 구 좌표  $(r, \theta, \phi)$  로 표시한다.

$r$  은 반지름만 정하면 정해진다. 반지름이 일정하면 동등하다.

$\theta$  는 떠오르는 것이다. 각운동이다. L 각, N 각, K 각, 각과 각 사이에는 없다

$\phi$  는 한 바퀴 지나면 돌아온다. 돌아오기 때문에 대칭이다.

$\Psi(r, \theta, \phi)$  만 구하면 모든 것을 구한다.

$(r, \theta, \phi)$  에 관한 함수이다.

따라서  $(r, \theta, \phi)$  에 대하여 각각의 함수로 분리해야 한다.

세가지 함수로 분리하는 것이 핵심이다.

이 각각을 풀면 공간이 양자화 되는 것을 볼 수 있다.

그래서 이 수식을 풀면 공간 구조의 수학적 양식이 나온다.

양성자는 수소보다 1860 배나 무겁다. 잘 움직이지 않는다.

수소원자만 알면 된다.

축구공을 상정하면 축구공 껍질에 분포한다.

탁구공이 될 지 축구공이 될 지는 반지름이 결정해 준다.

양파 껍질을 생각해본다. 껍질을 전자가 회전한다. 껍질은 반지름이 결정해 준다

하나의 껍질이 결정되면, 즉 반지름이 정해지면 껍질은 동일하다. 그런데 껍질이 연속되어 있지 않다.

$\theta$ 각에 따라 공간이 양자화 되어 있다.

또한 반지름도  $n^2 a_0$ 의 값을 갖는다.  $n=1$  일 때  $a_0$ ,  $n=2$  일때  $4a_0$ ,  $n=3$  일 때  $9a_0$ 의 값을 갖는다.

즉  $r$ 도 양자화 되어 있고  $\theta$ 도 양자화 되어 있다.

그래서 이 수식을 풀면 공간 구조의 수학적 양식이 나온다.

모든 빛은 원자에서 나온다.

$n=1$ 로 떨어지면 자외선이 되고

$n=2$ 로 떨어지면 가시광선

$n=3$ 으로 떨어지면 적외선이 된다.

$\Psi(r, \theta, \phi) = R, \Theta, \Phi$

$n, l, m, m_l$

$n$ 은 1, 2, 3, 4 자연수이다.

$l$ 은 0, 1, 2, 3 .....  $n-1$  까지

$m_l$ 은 0,  $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ ..... $\pm l$ 까지 이다.

추가로 spin quantum number 는

$$n_s = \pm \frac{\hbar}{2} \quad \uparrow, \downarrow$$

$n$ 이 정해지면,  $l$ 이 정해지고,  $l$ 이 정해지면,  $m_l$ 이 정해진다.

각각의 수는 양자화되어 있고 수학적 관계에 의거하여 서로 서로 규제 한다. 이것으로 주기율표가 그냥 나온다.

공간의 수학적 구조가 물질이란 옷을 입고 나온다.

$l$  값이 어떻게 정해지는가가 양자역학에서 가장 미묘한 부분이다.

$l=0$ 이면 s 궤도,  $l=1$ 이면 p 궤도,  $l=2$ 이면 d 궤도,  $l=3$ 이면 f 궤도이다. 주기율표 끝이다.

전자는 왜 양성자 주위를 도는가?

불확정성 원리 때문에 전자는 stop 하면 안 된다.

$\theta$  값은 모든 값을 가져야 한다. 그래서 영원히 돌아가야 한다.



## 시공의 수학적 구조

$$\Psi(r, \theta, \phi) = R(r) \Theta(\theta) \Phi(\phi)$$

$$n, l, m_l, m_s$$

이것이 시공의 수학적 구조이다.

$$\lambda = l(l+1)$$

공간의 수학적 구조가 양자를 결정해 준다.

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \sin \theta \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( r^2 \sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left( r^2 \sin \theta \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \right) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) R \Theta \Phi = 0$$

$$\frac{\sin \theta}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + \frac{\sin \theta}{\Theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \frac{2m r^2 \sin \theta}{\hbar^2} (E - V) = 0$$

$$\left( \right) = -\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \quad \frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + m_l^2 \Theta = 0 \quad \left( \frac{d}{d\theta} + i m_l \right) \left( \frac{d}{d\theta} - i m_l \right) \Theta = 0$$

$$\Phi = A e^{\pm i m_l \phi} \quad m_l = 0, \pm 1, \dots$$

$$\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi) = A e^{\pm i m_l (\phi + 2\pi)}$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} + \frac{2m r^2}{\hbar^2} (E - V) = 0$$

$$Y(\theta, \phi) = Y_{l, m_l}(\theta, \phi) \quad L_- L_+ = L^2 - L_z^2 - \hbar L_z$$

$$L_{\pm} = L_x \pm i L_y \quad L^2 = L_- L_+ + L_z^2 + \hbar L_z$$

$$L^2 Y_l = (L_- L_+ + L_z^2 + \hbar L_z) Y_l = [0 + (m_l \hbar)^2 + \hbar m_l \hbar] Y_l$$

$$L^2 Y_{l, m} = l(l+1) \hbar^2 Y_{l, m} \quad = m_l(m_l+1) \hbar^2 Y_l = l(l+1) \hbar^2 Y_l$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m r^2}{\hbar^2} (E - V) = \frac{-1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} = \lambda$$

$$\frac{1}{\sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[ l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2 \theta} \right] \Theta = 0$$

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m r^2}{\hbar^2} \left[ (E - V) - \frac{l(l+1) \hbar^2}{2m r^2} \right] = 0$$



$$E_{\text{radial}} + E_{\text{orbital}} + V(r) \quad E_{\text{orbital}} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{(m v r)^2}{2m r^2} = \frac{L^2}{2m r^2} = \frac{l(l+1) \hbar^2}{2m r^2}$$

02:18

$$\vec{F} = m\vec{a}$$



$$\Delta V = V\Delta\theta = V\Delta(\omega t) = V\omega \Delta t$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = a = v\omega = v\left(\frac{2\pi}{T}\right) = \frac{2\pi v}{T} = \frac{v^2}{r}$$

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 m r}{T^2} = \frac{4\pi^2 m r}{\left(\frac{r^3}{K}\right)} = \frac{4\pi^2 K m}{r^2}$$

$$R^3 = K T^2$$

$$F_s = \frac{(4\pi^2 K_s) m}{r^2}$$

$$F_e = \frac{(4\pi^2 K_e) m_e}{r_e^2}$$

$$F_e = \frac{(4\pi^2 K_e) m_e}{r_e^2} = m_e a$$

$$\frac{a}{g} = \frac{\left(\frac{4\pi^2 K_e}{r_e^2}\right)}{\left(\frac{4\pi^2 K_s}{r_s^2}\right)} = \left(\frac{r_s}{r_e}\right)^2 = \left(\frac{1}{60}\right)^2$$



$$a = g \left(\frac{1}{60}\right)^2 = 9.8 \text{ m/sec}^2 \cdot \frac{1}{3600} = 2.7 \text{ mm/sec}^2$$

$$F_s : 4\pi^2 K_s = G M_s \quad F_e : 4\pi^2 K_e = G M_e$$

$$F = \frac{(4\pi^2 K_s) m}{r^2} = \frac{G M m}{r^2}$$

$$F = \frac{4\pi^2 r}{T^2} m$$

$$\hookrightarrow a = 2.7 \text{ mm/sec}^2$$

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ ly}$$

$$F = ma = \frac{mv^2}{r} = \frac{G M m}{r^2}$$

$$t = \frac{2\pi r}{v} = 2.4 \times 10^8 \text{ y}$$



$$1 \text{ pc} = 2.1 \times 10^5 \text{ Au}$$

$$1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{(220 \times 10^3 \text{ m/s})^2 \times 8.5 \times 10^3 \times 2.1 \times 10^5}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ kg}^{-2}}$$

$$= \frac{(220 \times 10^3 \text{ m/s})^2 \times 8.5 \times 10^3 \times 2.1 \times 10^5}{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{ kg}^{-2}} = 1.9 \times 10^{41} \text{ kg} = 10^{11} M_\odot$$

$$M_\odot = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$F=ma$  는 뉴턴이 만든 위대한 방정식이다.

공부 잘하는 방법은 아는척하는 것이다. 그러면 나중에 알게 된다.

이 공식을 모든 물리학에 다 적용할 수 있다.

자연의 대칭구조와 관련이 있다.

원운동은 완벽한 대칭이다. 만유인력의 근거는 원운동이다.

공간의 수학적 구조를 따라가면 된다.

원운동은 등 가속도 운동이다. 방향이 바뀌기 때문에 가속도 운동이다.

$R^3 = K T^2$  케플러의 제 2 법칙

뉴턴이 알고 싶었던 것은 달의 가속도였다.

당시의 과학자들은 지구와 달 사이에 작용하는 힘에 대하여 몰랐다. 만유인력도 몰랐다.

그러나 원운동에 관해서는 잘 알고 있었고 지구에서 달까지 거리가 지구 반지름의 60 배라는 것은 알고 있었다.

그리고 force 가 거리 또는 거리의 제곱에 반비례하지 않을까라고도 생각했다.

대학에 다니다 페스트 때문에 시골 집에 와 있던 뉴턴은 달이 떨어지지 않고, 계속 지구 주위를 도는 것에 대하여 고민하였다.

어느 날 산책을 하다 사과 떨어지는 소리를 듣고

달이 도는 것과 사과가 떨어지는 것이 같은 원리라는 것을 깨달았다.

그 착상이 지구상 인류의 역사를 바꾸었다.

당시 지표면에서의 사과의 중력 가속도는 알고 있었지만, 달에서의 중력 가속도는 알지 못했다.

결국 달과 지구에서의 가속도의 비례 관계를 구하면 되었다.

$$\frac{a}{g} = \left(\frac{1}{60}\right)^2 = \frac{9.8m}{sec^2} \times \frac{1}{3,600} = 2.7mm/sec^2$$

즉 달에서는 지구를 향하여  $2.7mm/sec^2$ 로 지구로 향하여 떨어지고 있다.

그래서

$$F = \frac{4\pi^2 km}{r^2} = \frac{GMm}{r^2}$$

라는 뉴턴의 만유인력 방정식이 나오게 된다.

이것이 실제로 그런지 확인해야 했다.

케플러 법칙은 실제 태양과 행성의 운동을 측정하여 얻은 값이다.

그러나  $F=ma$ 는 어떤 공식에서 유도한 공식이 아니고 뉴턴이 창안한 공식이다.

그래서 검증이 필요한 것이다.

$$F = \frac{4\pi^2}{T^2} m$$

$$\hookrightarrow a = 2.7mm/sec^2$$

지구 반지름과, 질량, 그리고 달의 1달 주기를 넣어 계산한 것이  $2.7mm/sec^2$ 가 나왔다.

케플러의 관측에 의해서 나온 결과와

$F=ma$ 라는 식에서 유도된 결과가 같다는 것은  $F=ma$ 가 옳다는 것이다.

이로서 우주의 모든 것을 풀게 된다.

인류 과학의 시작인 것이다.

$F=ma$ 가 적용되는 예들을 몇 가지 보면

갤럭시의 규모는 태양 약 1천억개 무게이며

태양이 갤럭시 한 바퀴 도는데 걸리는 시간이 2.5억만년이 걸리고

지구의 밀도는  $5.5g/cm^3$ 이다.

$F=ma$  공식 하나면 다 유도할 수 있다.

시공의 수학적 구조

시공의 field(중력, 강력, 약력, 전자기력)는 숫자로 표현 가능하다.

시공은 숫자의 한 세트이다.

이것이 시공의 수학적 구조이다.

시공의 대칭 구조가 물질에게 대칭구조를 부여한다.

그 부여 받은 물질 상태만이 존재한다. 나머지 상태는 사라져 버린다.

시공에 대칭구조가 있고 그 대칭구조가 물질을 molding 한다.

그 이외의 다른 구조는 존재하지 않는다. decay 된다.

남아 있는 것이 자연, nature 이다. nature 는 시공의 수학적 구조에서 나온다.

꽃이 피고, 생각하고, 바람이 불고, 먹고 하는 모든 것들이 시공의 대칭구조에서 나온다.  
원은 시공에서 완벽한 대칭 구조이다. 한 바퀴 돌면 동일한 값이고 존재이다.

360 도 돌아 제자리에 오면 완벽히 같다. 공간의 구조가 그렇다.

그래서 양자 수, 마그네틱 컨텀 넘버가 결정이 된다.

시공의 구조에 의해서

시공의 구조는 시공을 구성하는 모든 4 차원 시공의 포인트들(event 다발)의 단면에  
동시성을 확보하여 우리가 같이 있는 것이다.

일정 시점이 지나면 그 event 다발이 풀어진다.

event 다발이 어디로 가는 가는 시공의 구조가 결정한다.

flat 한 우주는 물질이 제로가 된다. 우주가 없다.

시공의 구조가 곧 물질 에너지이다.

물리학은 4 차원의 모든 point 와 point 사이의 관계이다. 관계의 집합이다.

시간의식은 기억과 기억 사이의 관계이다.

뉴런에서 일어나는 activity 의 시간적 의식이다.

시간의식, 변화 의식은 기억과 기억의 관계에서 온다.

4 차원 시공의 point 와 event 는 관계이다.

관계는 짧은 시간만 유지된다.

저녁 때는 제주도로, 창원으로, 대전으로 갈 것이고, 50 년 후에는 대부분 흙 속에 있거나,  
천만년 후에는 암석이 되어 있을 수 있다.

관계의 다발이고 수의 집합이다.

관계의 표현이 수의 집합이다. 관계와 관계 사이에 있는 것이 물리 법칙이다.

관계 속에서 실체를 본다. 지구의 밀도를 보고 밀키웨이의 별의 수를 본다.

실체는 어떻게 알게 되었을까? 실체는 시공의 관계 속에서 나온다. 이것이 물리이다.

만유인력 법칙이 원운동이라는 완벽한 대칭에서 나와 버린다.

질량 에너지와 시공의 곡률이 등가이다. 그것이 일반상대성 이론 수식이다.

질량에너지가 우주이다.

질량에너지는 시공의 수학적 구조에서 나온다. 그것을 여러 구체적 사건에서 보고 있다.

$F=ma$  가 다 했다. 원운동을 통한 시공의 수학적 관계를 보여 준다.

왜 시공의 구조가 있고 또 자연이 있다고 분리해서 볼까?

관찰자 순간, 주관을 배제하라

내가 살아오면서 허공에 뿌린 원자들, 그러나 또 먹으면서 몸집도 불어난다.

시공의 다발이 계속 엮인다.

모든 원자 하나 양성자 하나 까지도 시공 상의 궤적을 따라가봐야 한다.

과거는 사라지지 않고 미래는 있는 것이다.

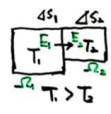
그러나 그 장소, 그 시간은 없다. it 이라는 그 한 점은 흘러 갔다.

그 장소 그 시간은 없지만 과거는 사라지지 않고 미래는 존재한다.

과거, 현재, 미래가 우주 속에 함께 다 있다. 특별한 그 한 점은 이야기할 수 없다.  
모든 point 가 동등하다.

03:20

3.  $S = k \ln \Omega$



$$E = E_1 + E_2 \quad \Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \left( \frac{-\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} \right)$$

$$\Omega(E, E_1) = \Omega_1(E_1) \Omega_2(E - E_1) \quad Q \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial E_1} \Omega(E, E_1) = 0 \rightarrow \frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega = \frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega_1(E_1) + \frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega_2(E - E_1)$$

$$\frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega_1(E_1) = \frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega_2(E - E_1)$$

$$\frac{\partial}{\partial E_1} \ln \Omega(E) = \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega(E)$$

$$= \frac{1}{kT}$$

$$\frac{1}{kT} = \frac{\partial}{\partial E} \ln \Omega \rightarrow \frac{1}{T} = \frac{\partial}{\partial E} k \ln \Omega = \frac{\partial S}{\partial E}$$

$k = 8.6 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$

$$S = k \ln \Omega$$

$$\Omega = e^{\frac{S}{k}} \quad P \propto \Omega = e^{\frac{S}{k}}$$

$$P \propto \Omega \quad P = c e^{\frac{S}{k}}$$

$$dE = T ds - p dv + \mu dN$$

$$\Delta S = \frac{1}{T} (\Delta E + p \Delta V + \mu \Delta N)$$

$$\Delta E = \eta \epsilon_s \quad \Delta N = n$$

$$P = c e^{-\frac{1}{kT} (\eta \epsilon_s - \eta \mu)}$$

$$= c e^{-\beta (\eta \epsilon_s - \mu)}$$

$$\sum P = 1 \quad P = \frac{e^{-\beta (\eta \epsilon_s - \mu)}}{\sum e^{-\beta (\eta \epsilon_s - \mu)}}$$

$$\chi = \beta (\epsilon_s - \mu)$$

$$\bar{n} = \frac{\sum n P}{\sum P} = \frac{\sum n e^{-\chi n}}{\sum e^{-\chi n}} = -\frac{\partial}{\partial \chi} (\ln \sum e^{-\chi n})$$

Fermion  $\sum_{n=0,1} e^{-\chi n} = 1 + e^{-\chi} \rightarrow \bar{n} = -\frac{\partial}{\partial \chi} [\ln(1 + e^{-\chi})] = \frac{e^{-\chi}}{1 + e^{-\chi}} = \frac{1}{e^{\chi} + 1}$

Boson  $\sum_{n=0,1,\dots,\infty} e^{-\chi n} = \frac{1}{1 - e^{-\chi}} \rightarrow \bar{n} = -\frac{\partial}{\partial \chi} [\ln(1 - e^{-\chi})] = \frac{e^{-\chi}}{1 - e^{-\chi}} = \frac{1}{e^{\chi} - 1}$

$\chi = \frac{1}{kT} (\epsilon_s - \mu)$

엔트로피

엔트로피란 무엇인가?

올해는 세포 생물학 내용이 많았다. 내년도 137 억년은 완전히 물리의 세계가 될 것이다.  
물리의 세계 중 내가 가장 강조하고 싶은 것은 우주론이고 우주론에서 가장 중요한 것은 열역학이다.

왜 꽃이 피고, 바람이 왜 부는가를 설명하는 학문이다.

들어가보면 너무 간단하다. 딱 하나 state 이다.

state 란 애매한 개념을 정확하게 count 한다. 상태의 변화가 확률이다.

이 공간에 양성자 하나가 추가되어도  $10^{15}$  개 이상의 state 가 늘어난다.

상태의 수가 너무 많다. 우주의 모든 것을 설명할 수 있는 학문이 열역학이다.

정확하게 통계역학이고, 더 정확하게는 양자통계역학이다.

아이슈타인도 통계역학을 가장 위대한 학문이라고 했다.

그 모든 것의 문을 여는 개념이 엔트로피이다.

엔트로피는 산업혁명 때 열기관(내연기관) 열효율 증가를 위한 연구의 결과물이다.

일로 변환되지 못한 열량을 측정하기 위해서였다.

엔트로피의 정의도 변화되어 왔다.

당시 학자들은 자연현상이 일어나는 방향을 알아낼 수 있는 어떤 물리 량이 있다면 그 물리 량을 찾고 싶어 했다.

자연 현상이 바뀌는 이유 중 가장 중요한 변수는 대부분 온도이다.

온도와 엔트로피의 관계가 열역학의 핵심이다.

엔트로피가 확률과 연결되면서 과학을 꽃을 피웠다.

열과 빛은 어떤 관계일까

보온병을 예를 들면 금속을 이중으로 만들어 밀봉하고, 이중 금속 사이의 공기를 빼 버렸다. 그리고 뚜껑을 닫는다.

공기를 뺐으므로 액체나 기체의 대류가 차단된다.

내부 금속에서는 열이 전도 되지만 그러나 밖의 금속과는中间的 진공 때문에 전도가 되지 않는다.

내부의 금속은 은으로 코팅이 되어 있다. 열은 반사가 되지 않는다.

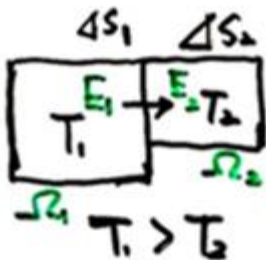
그러나 온도가 있으면 반드시 복사 파가 나온다. 은 코팅이 복사 파를 내부로 다시 반사시킨다.

복사 파가 밖으로 빠져 나가면 온도가 바뀐다. 복사 파를 보온병 내부에 가둬 놓는다.

그러므로 열이 밖으로 나가지 않는다.

열은 반사가 없으나 빛은 반사된다.

열과 빛은 일부 overlap 된다. 열의 일부가 빛이다



$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \left( \frac{-\Delta Q}{T_1} + \frac{\Delta Q}{T_2} \right)$$
$$\hookrightarrow Q \left( \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

엔트로피는 반드시 증가한다. 이것이 열역학 제 1 법칙이다.

처음 엔트로피의 개념은

$$\Delta S = \frac{\Delta Q}{T}$$

토탈에너지는

$E = E_1 + E_2$ 가 된다.

열역학은 왜 자연이 이 모양인가를 설명한다.

엔트로피는 상태의 수이다.

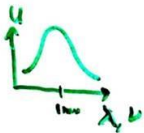
상태의 수가 너무 커서 로그를 사용했다.

온도는 엔트로피를 미분한 값이다.

상태의 수가 확률이 된다.

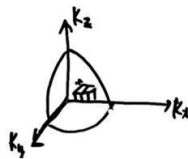
자연과학은 확률 통계의 기반이 되었다.

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad \text{프랑크 복사 공식}$$



$$\lambda_{\text{max}} T = 0.29 \text{ cm} \cdot \text{K}$$

$$T = 2.75 \text{ K}$$



$$N(k) = \frac{1}{8} \times \frac{4}{3} \pi k^3 \times \frac{dn}{dk} \times \frac{V}{\pi^2} = \frac{k^2 V}{3\pi^2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad L = \left(\frac{\lambda}{2}\right)n \quad \lambda = \frac{2L}{n} \quad k = \frac{2\pi}{\left(\frac{2L}{n}\right)} = \frac{\pi}{L} n$$

$$k = \frac{2\pi\nu}{c} \quad dk = \left(\frac{2\pi}{c}\right)d\nu \quad dk = \left(\frac{\pi}{L}\right)dn \quad \frac{dn}{dk} = \left(\frac{L}{\pi}\right)^3 = \frac{V}{\pi^3}$$

$$dN(k) = \frac{k^2 V}{\pi^2} dk = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{2\pi\nu}{c}\right)^2 V \left(\frac{2\pi}{c}\right) d\nu \Rightarrow \frac{N(k)}{V d\nu} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

$$\begin{aligned} & \frac{10^{24}}{10^3} = 10^{21} \\ & N \times 6 \rightarrow 6N \times 10^{23} \end{aligned}$$

프랑크 복사 공식

빅뱅 후 38 만년 이후에 나왔던 광자의 주파수와 온도의 분포 공식이다.

볼츠만의 엔트로피 공식에서 나온 것이다.

파장만 주어지면 온도를 알 수 있다. 파장이 1mm 일때 온도가 2.75K 가 나왔다.

빅뱅 당시 파장을 137 억년 지난 후 지구에서 측정하여 온도로 변환해보니 절대온도 2.75K 가 나온 것이다.

이것이 혁명이고, 최근까지 노벨상이 나왔다.

결정적인 것이 엔트로피라는 개념이다.

내년도 열역학 20 시간 정도하고 나면, 꽃이 왜 피고, 우리가 브레인에서 사람을 좋아하고 미워하는 것도 다 열역학으로 계산할 수 있을 것이다.

왜 자연이 이 모양으로 되어 있는지를 설명하는 학문이 열역학이다.

그 핵심 개념이 엔트로피이다. 엔트로피는 상태의 수이다. 상태의 수가 너무 많아 로그를 취했다. 상태는 자연이 벌어질 경우의 수이다.

자연의 수학적 구조가 자연을 만든다. 자연 그 자체이다. 그것을 밝히는 것이 물리학이다.  
산업혁명 이후 그 많은 과정을 거쳐 수 많은 과학자들이 자연의 구조를 이렇게  
수식화하였다.  
자연의 시공의 point 에 있는 물리 량의 관계들이다. 궁극적으로 관계이다.  
브레인에서는 기억들 사이의 관계가 시간 의식을 만든다.  
인간의 의식도 열역학을 통해 이렇게 설명이 가능해 질 것이다.  
무지하게 복잡하지만 원리는 동일하다.  
자연의 대칭구조에서 출현한 것이 nature 이다. 출현했다기보다 자연의 대칭구조 자체가  
nature 이다.

결국 수학적 구조와 자연은 같은 것이다.