제 11회 137억년 우주의 진화 6강 노트

(박문호 박사님의 강의를 요약 정리한 내용입니다.)

오늘은 만유인력을 합니다. 1665년 뉴턴이 만유인력을 창안했다.

뉴턴의 힘의 법칙과 만유인력 법칙으로부터 자연과학이 시작됐다고 한다.

과학운동을 10년하고 나니 그 말이 정말로 맞다는 생각이 든다.

만유 인력법칙이 어떻게 출현 했는지 설명하겠다.

만유인력법칙을 유도하기 전에 뉴턴이 오랫동안 고민했던 문제는 달의 중력가속도였다.

달이 떨어지지 않고 지구를 계속 도는 힘이 무엇인지에 대하여 오랫동안 고민했다.

어느 날 사과가 떨어지는 것을 보고 달도 떨어졌을(자유낙하 했을) 것이라고 생각하고 수식을 만들었다.

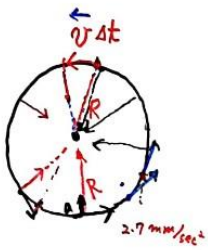
그리고 그것이 증명이 되면서 자연과학이 시작되었다.

뉴턴이 아이디얼하게 수학에 적용될 수 있는 원운동을 주목했다.

잘 맞는 이유는 지구가 태양을 도는 것이 99% 원운동이다. 거의 완벽한 원운동이다.

현재 공전 궤도 이심율은 0.017이다.

(수식 설명은 동영상을 참고하시기 바랍니다)



$$\overleftarrow{v}T = 2\pi\overleftarrow{R} \qquad T = \frac{2\pi R}{v}, \quad v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\vec{a}T = 2\pi\vec{v}$$

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{2\pi v}{\left(\frac{2\pi R}{v}\right)} = \frac{v^2}{R}$$

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{2\pi\left(\frac{2\pi R}{T}\right)}{T} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

$$F = ma$$

$$F = m\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{\left(\frac{R^3}{K}\right)} = 4\pi^2 K\frac{m}{R^2}$$

$$T^2 = \frac{R^3}{K}$$

속도: v, 시간:Δt

중요한 것은 속도가 벡타라는 것이다. 속도와 시간을 곱한 값은 벡타이다.

원을 한 바퀴 도는데 걸리는 시간을 주기(T)라고 한다. vT는 원둘레이므로 2πR이 된다. $\overleftarrow{v}T=2\pi\overleftarrow{R}$

반지름이 벡타이다. 반지름 벡타가 원의 중앙을 향한다. 한 바퀴를 돌면 원래 벡타와 같은 벡타가 된다.

그것이 주기(T)의 정의이다.

두 번째는 $\vec{a}$(가속도 벡타)도 $\vec{R}$벡타와 방향이 같다. 따라서 $\vec{a}$도 360도를 돌면 같은 값을 갖는다.

가속도(m/sec^2)에 시간(sec)속도를 곱하면 속도(m/sec)가 된다. 그러므로 $\vec{a}$T=2$\pi\vec{v}$가 된다.

원 운동이란 조건에서

$\vec{v}$T=2$\pi\vec{R}$->T=$\frac{2\pi R}{v}$, v=$\frac{2\pi R}{T}$

$\vec{a}$T=2$\pi\vec{v}$-->a = $\frac{2\pi v}{T}$

두 가지 식이 나왔다. 이 두 가지 식에서 만유인력 법칙이 나왔다. 원 운동이 물리의 시작이다.

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{2\pi v}{(\frac{2\pi R}{v})} = \frac{v^2}{R}$$

공부는 Top down으로 해야 한다. 더 높은 원리에서 연역되어 나오면 이해하기 쉽다..

중력장 방정식을 bottom up으로하면 10시간 걸려도 풀기 어렵지만, top down으로 40분만에 풀었다.

$$a = \frac{2\pi v}{T} = \frac{2\pi(\frac{2\pi R}{T})}{T} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

원 운동에서 가속도 공식이 2개가 나왔다. 뒤의 식에서 인공위성 주기도 나온다.

지상 400km 상공에서 인공 위성의 주기는 93분 정도이다.

이 가속도를 뉴턴의 F=ma에 넣으면

f=ma=m$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2}$

케플러의 법칙 $T^2 = \frac{R^3}{K}$을 적용하면 F=ma=m$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{(\frac{R^3}{K})} = 4\pi^2 K\frac{m}{R^2}$

케플러의 법칙은 망원경도 없던 시절 티코 브라헤가 육안으로 관찰한 행성의 괘도를 케플러가 수식화 한 것이다.

관측한 것을 수식으로 모델링한 것이다.

과학사적으로 굉장히 중요한 수식이다.

F=ma=m$\frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{T^2} = \frac{4\pi^2 mR}{(\frac{R^3}{K})} = 4\pi^2 K\frac{m}{R^2}$ 에서 힘이 거리의 제곱에 반비례한다는 것이 드러났다.

케플러는 이 의미를 몰랐다. 행성이 움직이는 힘이 태양과 행성 간의 거리의 제곱에 반비례한다는 것이다.

이것이 물리학의 왕도이다. 인류 역사상 가장 중요한 퀀텀 점프이다.

전자기력도 두 전하 사이의 거리의 제곱에 반비례한다.

드디어 공간이 들어간다. 힘이 공간의 두 물체 사이의 거리의 제곱에 반비례 한다는 것이 만유인력의 핵심이고, 그것을 뉴턴이 처음으로 밝혀낸 것이다.

뉴턴이 이 식을 유도 했지만 이 식이 실제 자연에서 작동하는지를 밝혀야 했다.

아인슈타인이 11년 동안 중력장 방정식 $R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{C^4}T^{\mu\nu}$을 유도한 후 수성의 근일 점 문제(43")를 해결하고 나서 수식이 옳다는 확신을 가졌다고 한다. 뉴턴도 그런 과정을 거친다.

달의 가속도를 계산 했다.

$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

당시 유럽의 과학자들은 달의 주기와 지구에서 달까지의 거리를 알고 있었다.
T=27.3일, 지구에서 달까지 거리는 지구 반지름의 60배(380,000km)라는 것을 알고 있었다.
계산하면 달의 중력 가속도가 2.7mm/sec^2이 나온다.
지구의 중력 가속도는 9.8m/sec^2이라는 것도 알고 있었다.
달과 지구의 중력 가속도를 비교하는 과정에서 만유인력 법칙이 나온다.
(수식 설명은 동영상을 참고하시기 바랍니다)

$$a = \frac{4\pi^2 R}{\underbrace{T^2}_{27.3일}} = \frac{4\pi^2 \times 3.8\times10^8 m}{(2.3\times10^6 sec)^2} = 2.7\times10^{-3} m/sec^2$$

$$F = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2} \cdots\rightarrow a = \frac{F}{m} = 4\pi^2 K \frac{1}{R^2}$$

$$a_m = 4\pi^2 k \frac{1}{R_m^2} \qquad \frac{a_m}{a_a} = \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \left(\frac{1}{60}\right)^2$$

$$a_a = 4\pi^2 k \frac{1}{R_e^2} \qquad a_m = a_a\left(\frac{1}{60}\right)^2 = 9.8\, m/sec^2 \left(\frac{1}{60}\right)^2 = 2.7\times10^{-3}\, m/sec$$

$$F = (\underbrace{4\pi^2 K_s}_{Gm_s})\frac{m}{R_s^2} = \frac{Gm_s m}{R_s^2} \qquad m_1,\ m_2 \qquad F = \frac{(Gm_1)m_2}{R^2}$$

$$F = (\underbrace{4\pi^2 K_e}_{Gm_e})\frac{m}{R_e^2} = \frac{Gm_e m}{R_e^2} \qquad m_1,\ m_2 \qquad F = \frac{(Gm_2)m_1}{R^2}$$

$$\rightarrow F = \frac{Gm_1 m_2}{R^2}$$

$F = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2}$, F=ma, $a = \frac{F}{m} = 4\pi^2 K \frac{1}{R^2}$
달의 중력 가속도를 a_m이라고 하면 a_m=$4\pi^2 K \frac{1}{R_m^2}$
사과의 중력 가속도를 a_a라고 하면 a_a=$4\pi^2 K \frac{1}{R_e^2}$ 이 된다. R_e는 지구 반지름이다.

이 두 식에서 K의 값은 같다고 케플러 법칙에서 밝혀 놓았다.
태양 중력의 영향을 받는 모든 행성에 대하여 $4\pi^2 K$ 값이 일정하다.
마찬가지로 지구 중력의 영향을 받는 달이나 위성, 지구 지표면 모든 것의 $4\pi^2 K$ 값도 일정하다는 것이다.

$$\frac{a_m}{a_a} = \left(\frac{R_e}{R_m}\right)^2 = \left(\frac{1}{60}\right)^2$$
a_m=$a_a\left(\frac{1}{60}\right)^2$=9.8m/$sec^2\left(\frac{1}{60}\right)^2$ =2.7× 10^{-3}m/sec^2

F=ma에다 케플러 법칙을 적용하였더니 만유인력이 거리의 제곱에 비례할 것이라고 수식적으로 나왔다.
실지로 자연이 그런지 확인이 필요했다. 그래서 만유인력 법칙으로 달의 중력 가속도와 지구의 중력 가속도를 계산했다. 그랬더니 식으로 계산한 값과 측정해서 나온 값이 완벽하게 일치했다. 만유인력이 거리의 제곱에 반비례하는 힘이라는 것이 증명되었다. 만유인력의 핵심은 거리 제곱에 반비례하는 힘이라는 것이다. 지금은 누구나 아는 내용이지만 당시로서는 위대한 지적 도약이었다. 이것이 뉴턴이 사과 떨어지는 것을 보고 깨달은 것이다. 지상의 힘과 천체의 힘이 동일하다는 것을 알았다. 이 점이 인류를 이성의 세계로 이끌었다. 종교관이 바뀌었다. 종교와의 끈을 끊게 되었다. 근대과학의 출발은 뉴턴의 만유인력으로부터 시작한다.

그래서 일반적인 만유인력 계산식을 만들었다.

$\mathrm{F}=\frac{Gm_1m_2}{R^2}$(G:만유인력 상수, m_1, m_2: 물체의 질량, R:물체 간의 거리)

뉴턴의 만유인력의 법칙으로 모든 것을 해결할 수 있다고 생각해도 된다.
구체적으로 어떤 것을 해결하는지 보여 드리겠다.

우주 전체의 에너지를 U라고 하면 우주에는 운동에너지와 위치에너지 2가지 밖에 없다. 위치에너지가 중력이다. 물리학은 mass, charge, spin 3가지를 다루는 학문이다. 만유인력은 3가지 중 질량을 다룬다.
우주론에서는 질량이 핵심이다. 운동에너지는 튀어 나가려는 힘이고 중력은 끌어 모으는 힘이다. 그래서 방향이 반대이다.

(수식 설명은 동영상을 참고하시기 바랍니다.)

$$U = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$v = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{Gm}{r}\frac{4\pi}{3}r^3\rho$$

$$R_0 = 1$$

$$r(t) = R(t)x$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{r}^2 - \frac{4\pi Gm}{3}r^2\rho$$

$$\dot{r} = x\dot{R}$$

$$= \frac{1}{2}m\dot{R}^2x^2 - \frac{4\pi Gm}{3}R^2x^2\rho$$

$$M = (\underbrace{\tfrac{4\pi}{3}r^3}_{\text{부피}})\underbrace{\rho}_{\text{밀도}}$$

$$\frac{2U}{x^2R^2m} = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho$$

$$W_{\pm} = \frac{1}{2}g_2 v \ldots \quad 246\,\mathrm{GeV}$$

$$\simeq 81\,\mathrm{GeV}$$

U는 에너지이다. 에너지는 힘을 적분하면 나온다. $\frac{GMm}{r^2}$을 적분하면 $\frac{GMm}{r}$이 된다.

속도 v는, 반지름 r을 시간으로 미분하면 된다. $v = \frac{dr}{dt} = \dot{r}$

공변 좌표계는 바뀌는 좌표에 바뀌지 않는 좌표를 곱해서 만든다.

r(t)=R(t)x, x는 상수이다. R과 r은 우주가 팽창할 때 바뀌지만 x는 바뀌지 않는다.

스케일 팩터의 현재 값 $R_0 = 1$이다.

미분하면 $\dot{r} = x\dot{R}$이 된다.

우주 전체의 질량 M은 부피에 밀도를 곱하여 M=($\frac{4\pi}{3}r^3$)ρ이다.

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho = \overbrace{\frac{-2U}{mc^2\chi^2}}^{k}\,\frac{-c^2}{R^2}$$

$$\boxed{\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{-kc^2}{R^2}}$$

Fridmann eq.

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{r} = \frac{Gm}{r}\left(\frac{4\pi}{3}r^3\rho_c\right) = \frac{4\pi Gm}{3}r^2\rho_c$$

$$v = Hr \qquad \frac{1}{2}m(Hr)^2 = \frac{4\pi Gm}{3}r^2\rho_c$$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c \qquad \frac{8\pi G}{3} = \frac{H^2}{\rho_c} = \frac{H_0^2}{\rho_{c0}}$$

$$\left[\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{H^2}{\rho_c}\rho\right]R^2 = -\overset{\nearrow 0}{k}c^2$$

$$\left[\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 - \frac{H_0^2}{\rho_{c0}}(\rho_r + \rho_m + \rho_\Lambda)\right]R^2 = 0$$

R은 반지름이 아니고 반지름이 커지는 크기 인자이다. 우주가 선형으로 성장하지 않았다.
인플레이션 때에는 10^{50}배로 찰나적으로 팽창했고, 그 다음 천천히 커지다가 현재는 가속으로 커지고 있다.
각각의 시기를 복사 지배우주(RDU: radiation dominant universe), 물질 지배우주(MDU: matter dominant universe), Dark energy 지배우주(ΛDU: Λ dominant universe) 세 시기로 우주가 구분된다.

RDU는 빅뱅에서 5만5천년까지인데 물질이 없고 빛만 있었다.
시간은 물질 사이의 관계이다. 우주 전체에 물질이 없던 시기가 있었다. 물질은 없어도 에너지는 있다.
물질이 없으면 시간이 없다. 포톤 밖에 없으므로 시간은 얼어 붙고 공간은 사라지고 질량은 무한대가 된다.

물질의 변화를 지각하는 것이 시간이다. 시간은 물질과 물질의 관계이다. 그렇다면 기억은 분자 사이의 관계이다.
시간이 흐르지 않으면 변화가 없다. 변화는 시간의 지문이다. 빛은 변화가 없으므로 영원한 현재이다.
빛은 생기는 순간 영원히 존재한다. 빛의 세계에는 시간이 없다.

물질 세계의 법칙 중의 법칙은 만유인력 법칙이다.
MDU는 5만 5천년에서 98억년까지, ΛDU는 그 이후 이다. 지금 우주에서 dark energy의 비율이 73%이다.
시간의 의미는 우주론에서 나온다.

$(\frac{\dot{R}}{R})^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{-2U}{mc^2x^2}\frac{-C^2}{R^2}$

$\frac{-2U}{mc^2x^2} = K$라고 둔다.

$(\frac{\dot{R}}{R})^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{-KC^2}{R^2}$

Fridmann equation 이다.

$\frac{1}{2}\mathrm{m}v^2 = \frac{GMm}{r} = \frac{Gm}{r}\left(\frac{4\pi}{3}r^3\rho_c\right) = \frac{4\pi Gm}{3}r^2\rho_c$

임계밀도(ρ_c):나가려는 힘과 붙잡아 두려는 힘이 같아지는 우주의 밀도

$\frac{1}{2}\mathrm{m}v^2 = \frac{GMm}{r}$ 가 되면 K 가 0 가 되고, 이러한 조건에서 평평한 우주가 된다. 임계밀도에서는 우주는 평평하다.

평평하게 되면 등방(Isotropic)하고 균질(homogeneous)하다. 우주에 중심이 없다.

등방이란 어느 방향을 보아도 동일한 우주라는 말이다. 여기서 각 운동량 보존의 법칙이 나온다.

균질하다는 의미는 서울에서나 뉴욕에서나 밀도가 동일하다는 의미이다.

우주가 균질하기 때문에 운동량이 보존된다. 우주에는 중심이 없고 다른 말로 하면 우주의 모든 point 가 중심이다.

$\mathrm{v} = \mathrm{Hr}$

허블법칙은 갤럭시와 갤럭시 간의 관계를 다룬다. 모든 갤럭시와 갤럭시는 상호 멀어진다. 멀어지는 관계의 수식이 허블 법칙이다. 공간의 팽창과 관련이 있다. 우주에는 중심이 없다. 우주는 고무 풍선에 갤럭시가 동전처럼 붙어 있는 모습이다. 우주가 팽창하면 동전 안에 있는 별과 별 사이가 멀어지는 것이 아니라 동전(갤럭시)과 동전의 사이가 벌어진다. 멀어지는 속도가 갤럭시 간 거리에 비례한다. 비례하는 상수가 허블 상수(H)이다.

$\frac{1}{2}\mathrm{m}(\mathrm{Hr})^2 = \frac{4\pi Gm}{3}r^2\rho_c$

$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c \quad \frac{8\pi G}{3} = \frac{H^2}{\rho_c} = \frac{H_0^2}{\rho_{c0}}$

프리드만 방정식에서 $\frac{8\pi G}{3}$ 대신에 $\frac{H^2}{\rho_c}$ 와 $\frac{H^2}{\rho_c}$를 대입할 수 있다.

$[(\frac{\dot{R}}{R})^2 - \frac{H^2}{\rho_c}\rho]R^2 = -\mathrm{K}C^2\frac{-KC^2}{R^2}$

ρ_c는 하나의 값이고 ρ 는 함수이다.

$[(\frac{\dot{R}}{R})^2 - \frac{H_0^2}{\rho_{c0}}(\rho_r + \rho_m + \rho_\Lambda)]R^2 = 0$

ρ_{c0}는 137 억년이 지난 현재 우주의 임계밀도이다.

$$\rho = \rho_0 R^{-3(1+w)} \quad \text{MDU } w=0$$

$$W = \frac{(500\ m/sec)^2}{3\times(3\times10^8\ m/sec)^2} \approx 0$$

$$P = w\rho c^2 \qquad p = \frac{1}{3}\rho v^2 = \frac{v^2}{3c^2}\rho c^2$$

$$\Omega_{r0} + \Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda 0} = 1$$

RDU $w=\frac{1}{3}$
MDU $w=0 \longrightarrow \rho = \rho_0 R^{-3}$
ΛDU $w=-1$

$$\rho = \rho_0 R^{-3(1+w)} \quad w: \overset{r}{\tfrac{1}{3}},\ \overset{m}{0},\ \overset{\Lambda}{-1}$$

$$\rho_r = \rho_{r0}R^{-4} \qquad \rho_m = \rho_{m0}R^{-3} \qquad \rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0}R^{0}$$

$$\left[\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 - \frac{H_0^2}{\rho_{c0}}\left(\rho_{r0}R^{-4} + \rho_{m0}R^{-3} + \rho_{\Lambda 0}R^{0}\right)\right]R^2 = 0$$

$$\dot R^2 - H_0^2\left(\overbrace{\frac{\rho_{r0}}{\rho_{c0}}}^{\Omega_{r0}}R^{-2} + \overbrace{\frac{\rho_{m0}}{\rho_{c0}}}^{\Omega_{m0}}R^{-1} + \overbrace{\frac{\rho_{\Lambda 0}}{\rho_{c0}}}^{\Omega_{\Lambda 0}}R^{2}\right) = 0$$

D is D.

우주의 밀도는 $\rho = \rho_0 R^{-3(1+W)}$로 표현된다. MDU 에서는 w=0 이다.

w 값은 압력공식에서 나온다. w 값이 우주의 시대마다 다르다.
$P = w\rho c^2$

RDU w=1/3
MDU w=0
ΛDU w=-1
MDU 에서는 $P = \frac{1}{3}\rho v^2 = \frac{v^2}{3c^2}\rho c^2$, $\frac{v^2}{3c^2}$=w 로 두면 $P = w\rho c^2$가 된다.
MDU 에서 밀도는 $\rho = \rho_0 R^{-3(1+W)}$ 에서 w=0 을 대입하면 $\rho = \rho_0 R^{-3}$이 된다.
물질은 공간의 부피가 늘어나면 그 늘어난 반지름의 세제곱에 반비례하여 밀도가 줄어든다.

Ω는 현재 우주의 임계밀도에 대하여 radiation, matter, dark energy 가 기여하는 비율을 나타내는 값이다.
Density is Destiny. D=D 이다. 밀도가 운명이다. 밀도는 단위 부피 당 질량이다.
질량과 질량 사이의 가장 위대한 법칙이 만유인력 법칙이다.

우주의 모든 것에 대하여 알아야 할 것은 질량, 전기량, 스핀 3 가지 밖에 없다.
물리학은 이 3 가지를 다루는 학문이다.
질량은 힉스 메커니즘을 통해 출현한다.

(수식은 동영상을 참고 하시기 바랍니다.)

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = H_0^2\left(\frac{\overset{9.5\times10^{-5}}{\Omega_{r0}}}{R^2} + \frac{\overset{\text{dark matter} + \text{matter}}{\Omega_{m0}}}{R} + \Omega_{\Lambda0}R^2\right)$$

0.23 0.04

$$\frac{dR}{dt} = H_0\sqrt{\frac{\Omega_{m0}}{R} + \Omega_{\Lambda0}R^2}$$

$$\int \frac{dR}{H_0\sqrt{\frac{\Omega_{m0}}{R} + \Omega_{\Lambda0}R^2}} = \int dt$$

$$t = \frac{1}{H_0}\int \frac{dR}{\sqrt{\frac{\Omega_{m0}}{R}}\sqrt{1+\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}}$$

$$t = \frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{m0}}}\int \frac{\sqrt{R}\,dR}{\sqrt{1+\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}}$$

$$\sqrt{1+\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3} \equiv x$$

$$x^2-1 = \left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3$$

$$2x\,dx = \left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)3R^2dR$$

$$t = \frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{m0}}}\int \frac{\sqrt{R}\,\frac{2x\,dx}{3R^2}\left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda0}}\right)}{x}$$

$$= \frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{m0}}\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)}\int \frac{dx}{R^{\frac{3}{2}}}$$

$$\left(R^3\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda0}}\right)^{\frac{1}{2}}(x^2-1)^{\frac{1}{2}}$$

$$\Downarrow$$

$$R^{\frac{3}{2}}$$

$\Omega_{r0} + \Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} = 1$ 이다. 이것을 설명하는 이론이 알렌 구스의 인플레이션 이론이다.

우주가 탄생 후

10^{-34} 초에 10^{50} 배로 팽창 했다는 이론이다. 그래서 우주가 중심이 없이 등방(等方)이고 균질(均質)해 졌다는 것이다. 여러 우주론 중에 인플레이션 이론이 WMAP 등으로 측정한 현재의 우주와 가장 일치한다.

그래서 믿어야 한다.

Ω_{m0}는 Dark matter 와 matter 두 가지로 구성되어 있다. Dark matter 의 비율은 23%, matter 의 비율은 4%이다.

우주 초기 dark matter 의 중력이 거미줄처럼 퍼져 있는 곳에 matter 가 새벽 이슬처럼 붙어서 갤럭시를 만들었다. 중력의 분포에 의해서 dark matter 의 map 을 그릴 수 있다.

$$t=\frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{m0}}\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)}\int\frac{dx}{\left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda0}}\right)^{\frac{1}{2}}\sqrt{x^2-1}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}$$

$$t=\frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda0}}}\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} \rightarrow \ln\left[x+\sqrt{x^2-1}\right]$$

$$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}=\ln\left[x+\sqrt{x^2-a^2}\right]$$

1^2

$R_0=1$

$$t=\frac{1}{H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda0}}}\left[\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}+\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3+1}\right]$$

3.26×10^6 광년

$$[H_0]_{WMAP}=71\ \mathrm{Km/sec\cdot Mpc}$$

23% 4%

$$\Omega_{m0}=\Omega_{DM_0}+\Omega_{M_0}=0.27 \qquad \Omega_{\Lambda0}=0.73$$

$$t_0=4.32\times10^{17}\,\mathrm{sec}=1.37\times10^{10}\,y=137\text{억년}$$

$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$은 적분 테이블을 참조해야 한다.

$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}=\log[x+\sqrt{x^2-a^2})]$을 참조하면 $a^2=1$ 이므로

$\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}=\log[x+\sqrt{x^2-1}$ 로 쓸 수 있다.

$$\sqrt{x^2-1}=\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}$$

그래서 우주의 나이는

$t=\frac{2}{3H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda0}}}\left[\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}+\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3+1}\right.$ 이 된다.

2002 년 WMAP 인공위성이 측정한 허블 상수가 71km/sec. Mpc 이다.
여기서 Mpc 는 3.26×10^6 광년이다.
$\Omega_{m0}=\Omega_{dm0}+\Omega_{m0}=0.27 \qquad \Omega_{\Lambda0}=0.73 \qquad$ R=1

$t_0=4.32\times10^{17}sec=1.37\times10^{10}year=137$억년
우주의 나이가 정확하게 계산되어 나온다.

이 계산 공식은 만유인력 법칙에서 유도 되었다.
빅뱅 이후 시간이 얼마나 지났는지 만유인력 법칙만 알면 모두 계산할 수 있다.
1665 년 23 세 뉴턴이 사과가 떨어지는 것을 보고 밝혀낸 만유 인력 법칙으로부터 자연과학이 시작되었다.
우주론은 만유인력으로부터 시작된다. 그래서 만유인력 법칙을 철저하게 이해해야 한다.
(2 교시)
뉴턴의 만유 인력 법칙이 대단하다는 것을 느낀다. 우주의 나이가 초 단위로 계산되어 나오는데 무슨 근거에서 나왔을까. 기원을 추적해 보면 원운동에서 왔다. 대부분의 자연 과학은 원운동에서 왔다.
$e^{ix} = \cos x + isinx$
cos, sin 모두 원운동에서 왔다. 원 운동을 투영하면 sin, cos wave 가 된다. 동일한 곡선이 shift 되는 것을 위상이라고 하고 위상이 다른 말로 guage 라고 한다. 인류가 기대는 모든 식의 뿌리가 원운동이다. 그것이 놀라운 일이다. 자연과학을 궁극적으로 추적해보면 모두 원 운동에서 나온다. Sin, cos, π 도 원운동에서 왔다.

리얼 자연은 이렇지 않다. 태양계도 약간 타원형이다.
궁극적인 것은 이데아이다
관념론의 뿌리는 블라톤의 이데아이다.
모든 철학은 플라톤의 각주라고도 한다. 이데아 밖에 없다는 생각이 든다.
가상세계도 이데아이다. 인류가 만난 이데아는 언어를 통한 이데아이다.

궁극적으로는 이데아가 맞는 것 같다
현실 세계를 중심으로 생각했는데 제로나 무한대 등에 치중해야 한다.
결론이 그 쪽으로 가고 있다. 이데아가 맞다는 생각이 든다.
모두 원운동이라는 것, 이것이 완벽한 이데아이다. 군더더기가 없다. 완벽한 추상이다.

$\overleftarrow{v}\mathrm{T}=2\pi\overleftarrow{R}$-→$\mathrm{T}=\frac{2\pi R}{v}$, $\mathrm{v}=\frac{2\pi R}{T}$
$\vec{a}\mathrm{T}=2\pi\vec{v}$--→$\mathrm{a} = \frac{2\pi v}{T}$
이 두 가지만 알면 된다.
궁극의 추상은 2 개다. 벡타라는 개념에서 출발 했다. 반지름이 벡타이기 때문에 방향이 있다.
그래서 반지름의 방향이 동일하지는 않다. 크기는 일정하다. 반지름 방향이 모두 다르다. 동일률로 돌아 올 때가 있다. 그것이 주기이다. 한 주기가 끝나면 다시 자기가 된다.

나머지 하나는 속도 벡타를 가속도 벡타로 바꾸면 반지름 벡타는 무슨 벡타로 해야 되느냐는 질문이다.

최종결론은 우주나이가 초단위로 계산되어 나온다. 이것이야말로 이데아이다. 이것이 어떻게 가능한가?
철학자나 사상가 중에서 우주의 나이가 초 단위까지 계산되어 나올 수 있다고 어느 누구든 상상 했겠는가?

그 기본 공식이 만유인력 법칙이다. 자연과학이 만유인력 법칙에서 시작되었다는 것이 오늘 강의의 주제이다.
물리학은 질량, 전하, 스핀을 다루는 학문이다. 그 외에 없다.

오늘은 질량을 다룬다.

질량으로 끝까지 가는데 왜 갑자기 시간이 나왔을까? 이것이 물리학에서 철학을 끄집어 낼 수 있는 중요한 것이다. 질량에서 시간으로 바뀌는데 허블 법칙이 들어갔다. 허블 법칙을 매개로 질량이 밀도로 바뀐다. $H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_c$, G 는 만유인력 상수이고 8π는 2π에서 나왔고 2π는 원 운동에서 나왔다. $\frac{4\pi}{3}$는 원의 부피에서 나왔다. 허블 상수는 속도와 관련이 있다. 속도에서 시간이 나온다.

라그랑지안 시스템
$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0$을 분해해보면 q 는 위치이고 R 과 같다.
$\dot{q} = \frac{dq}{dt} = v$ 이다.
물리학을 분해해 보면 공간과 시간 밖에 없다. 공간과 시간과의 관계이다.
더 놀라운 것은 시간은 물질 사이의 관계라는 것이다.

인간의 언어는 사회적 맥락을 벗어나면 non sense 이다. 사과는 한국사회에서 통하고 apple 은 영어권 사회에서만 통한다. 미국사람에게 사과라고 하면 non sense 이다. 언어는 사회적 관계에 의존한다.
시간은 물질적 관계이다. 물질이 정의되지 않으면 시간도 정의되지 않는다.
RDU 는 물질이 없는 세계이다. 빛의 세계이다. 시간이 없다. 빛의 세계에는 에너지도 있고 스핀도 있다.
에너지가 물질을 포함하는 집합이다. 물질은 에너지이지만, 에너지는 물질이 아닐 수도 있다.

우주 초기에는 물질이 아닌 에너지 만의 세계가 있었다. 그 세계에는 물질 사이의 관계가 없다. 그래서 시간이 없다. 빛의 세계이다. 빛의 세계에는 에너지도 있고 스핀도 있다. 포톤은 질량은 제로이지만 스핀은 1 이다.
질량이 없어도 에너지는 있다.
물질이 없으면 시간도 없다. 우리가 시간을 느끼는 것은 물질의 변화를 지각하기 때문이다. 나무 잎이 떨어지고, 바람이 불고, 날씨가 더워지고, 모두 물질의 변화이다. 공기 압력의 변화, 공기 에너지의; 변화이다. 동물의 시체가 썩는 것을 보면 물질의 변화를 가장 리얼하게 느낄 수 있다. 물질의 변화가 시간이다. 물질이 없는 세계는 시간이 없다.

과학을 공부하면서 배우는 공식들이 이데아의 결정판 들이다. 아름답다. 상수가 있어서 가능하다.
상수를 찾는 것이 보존 법칙이다. 상수 중 가장 아름다운 상수가 ψ_{n,l,m_l} 이다. $n, l,\ m_l$이 주기율표를 만들었다.
상수를 찾는 것이 학문이다. 상수는 바뀌지 않는 것이다.

양자역학은 존재에 대한 학문이다. 존재가 왜 존재하는지 설명하는 학문이 양자역학이다.
상수가 아닌 양들은 사라진다.
만유인력 법칙이 어디서 나왔는지 뒤집어 보면 이데아에서 나왔다.

우주의 나이를 알게 되었다. 다음은 시간에 따른 우주의 성장곡선을 배운다.
(수식 설명은 동영상을 참고하시기 바랍니다.)

$$t = \frac{2}{3H_0\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}} \ln\left[\overbrace{\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}}^{x} + \sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3+1}\;\right]$$

$$\sinh^{-1}x = \ln\left[x + \sqrt{x^2+1}\right]$$

$$\sinh^{-1}\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3} = \ln\left[\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3} + \sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3+1}\;\right]$$

$$\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}} = \ln[\cdot\cdot] = \sinh^{-1}\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}$$

$$\sinh\left(\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}\right) = \sinh\left(\sinh^{-1}\sqrt{\left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)R^3}\right) = \left(\frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}}\right)^{\frac{1}{2}} R^{\frac{3}{2}}$$

$$\left(R^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}} \sinh^{\frac{2}{3}}\left(\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}\right)$$

아크 하이퍼볼릭 사인 x

$\sinh^{-1}x = \log[x + \sqrt{x^2+1}]$을 이용한다.

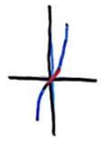
$$\sinh x = \frac{e^{+x} - e^{-x}}{2}$$

$$R = \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{3}} \sinh^{\frac{2}{3}}\left(\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}\right)$$

$$R = \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{e^{\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}} - e^{-\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}}}{2}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\sinh(ix) = \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2}$$

$$= \sin x$$



$H_0 t \gg t_H$

$$R = \left(\frac{\Omega_{m0}}{4\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{3}} e^{H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}}$$

$H_0 t \ll t_H$

$$R = \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad H_0 = \frac{1}{t_H}$$

$$= \left(\frac{\Omega_{m0}}{\Omega_{\Lambda 0}}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \Omega_{\Lambda 0}^{\frac{1}{3}} (H_0 t)^{\frac{2}{3}}$$

$$= (\Omega_{m0})^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{t}{t_H}\right)^{\frac{2}{3}}$$

MDU $R \propto t^{\frac{2}{3}}$

앞으로 먼 미래 즉 $H_0 t \gg t_H$이면 $e^{-\frac{3}{2}H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}}$=0가 된다.

그러면 우주 성장율 $\mathrm{R} = (\frac{\Omega_{m0}}{4\Omega_{\Lambda 0}})^{\frac{1}{3}} e^{H_0 t\sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}}$ 가 된다.

앞으로의 우주는 지수함수적으로 가속 팽창한다. Dark energy에 비례한다.

우주 초기 $H_0 t \ll t_H$인 경우, 즉 RDU에는 $\Omega_{\Lambda 0}$ 가 없어지고 물질만 남는다.

$\mathrm{R} \propto t^{\frac{2}{3}}$ 즉 우주의 팽창 rate R이 시간의 2/3의 제곱에 비례한다.

우주의 나이와 우주의 3가지 시대 팽창율을 알면 우주에 대하여 기본은 알게 된다.

먼저 유체 방정식을 알아야 한다.|(동영상 참조 바랍니다.)

$$du = T\underbrace{ds}_{\to 0} - pdv + \mu \underbrace{dN}_{\to 0}$$

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) = 0$$

유체 방정식

$$du + pdv = 0$$

$$U \to E = mc^2$$

$$d(mc^2) + pdv = 0$$

$$m = \frac{4\pi}{3}r^3\rho$$

$$d\left(\frac{4\pi}{3}r^3\rho c^2\right)$$

$$\frac{1}{3}v^2 = v_x^2$$

$$P = w\rho c^2$$

$$P = \frac{\overset{=ma}{F}}{A} = \frac{ma}{A} = \frac{m\frac{v}{t}}{A} = \frac{mv}{A\cdot t}$$

$$= \frac{mv_x}{A\frac{l}{v_x}} = \frac{mv_x^2}{A\cdot l} = \frac{mv_x^2}{V} = \frac{mv^2}{3V}$$

N 개 입자 $P = \frac{Nmv^2}{3V} = \frac{(\frac{Nm}{V})v^2}{3} = \frac{1}{3}\rho v^2 = \frac{v^2}{3c^2}\rho c^2$

matter $W=0$

$v^2 \to c^2$ $\quad P = \frac{1}{3}\rho c^2$ $\quad \mathrm{RDU} = \frac{1}{3}$ w

$$P = w\rho c^2$$

유체 방정식(fluid equation)은 $\mathrm{E} = \mathrm{m}c^2$에서 유도되어 나온다.

우주론에는 가속방정식, 유체 방정식, 프리드만 방정식 3가지가 필요하다.

P는 압력이다. 압력은 힘을 면적으로 나눈 값이다. P=F/A, A는 면적이다.

가속도 a는 속도(v)를 시간(t)로 나눈 값이다. 면적(A)에 거리(l)를 곱하면 부피가 된다.

시간은 거리(l)를 속도(v_x)로 나눈 값이다. 3차원 공간 x, y, z 중에서 x방향으로 가는 속도를 v_x로 둔다.

세 방향 중 한 방향만 택하였기 때문에 $\frac{1}{3}$ 을 곱해 준다. $\quad \frac{1}{3}v^2 = v_x^2$

그러면 압력 $\mathrm{P} = \frac{mv^2}{3V}$ 이 된다.

전체 N개 입자의 압력은 $\mathrm{P} = \frac{Nmv^2}{3V} = \frac{(\frac{Nm}{V})v^2}{3} = \frac{1}{3}\rho v^2 = \frac{v^2}{3C^2}\rho C^2$, $\quad \frac{v^2}{3C^2} = w$ 로 두면 $\mathrm{P} = \mathrm{w}\rho c^2$ 이다.

$v^2 \to c^2$ 가 되면 w값이 1/3 이 된다. 즉 RDU에서의 w=1/3이다. $\mathrm{P} = \frac{1}{3}\rho c^2$이다.

유체방정식 $\dot{p} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho+\frac{p}{c^2})$에 $\mathrm{P} = \mathrm{w}\rho c^2$를 대입하면

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}\left(\rho + \frac{w\rho c^2}{c^2}\right) = 0$$

$$\dot\rho + 3\frac{\dot a}{a}\rho(1+W) = 0$$

$$\dot\rho = -3\frac{\dot a}{a}\rho(1+W)$$

$$\frac{\dot\rho}{\rho} = -3\frac{\dot a}{a}(1+w)$$

$$\int\frac{\dot\rho}{\rho} = -3(1+W)\int\frac{\dot a}{a}$$

$$\ln\rho = -3(1+W)\ln a + C$$

$$\rho = \rho_0 \underset{\to R(t)}{a}^{-3(1+W)} \qquad \rho = \rho_0 R^{-3(1+W)}$$

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^x \qquad \left[\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho\right]a^2 = 0$$

$$(\dot a)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho a^2 \qquad \left[x\left(\frac{t}{t_0}\right)^{x-1}\frac{1}{t_0}\right]^2 = \frac{8\pi G}{3}\left(\rho_0 \underset{\to\left(\frac{t}{t_0}\right)^{-3(1+W)}}{a^{-3(1+W)}}\right)\underset{\to\left(\frac{t}{t_0}\right)^2}{a^2}$$

지수 비교법 $\quad 2(x-1) = -3(1+W)+2$

$$x = \frac{2}{3(1+W)}$$

스케일 팩터 a(t)를 시간의 함수$(\frac{t}{t_0})^x$로 두고 지수 x 값을 찾아 낸다.

a(t) 값을 프리드만 방정식에 넣는다. R대신 a로 바꿔 넣는다.

$[(\frac{\dot a}{a})^2 - \frac{8\pi G}{3}\rho]a^2 = 0$

$(\dot a)^2 = [x(\frac{t}{t_0})^{x-1}\frac{1}{t_0}]^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_0 a^{-3(1+w)})a^2$

지수 비교법을 사용하여 t와 관련된 지수를 계산한다.

2(x-1) = -3(1+w)+2

x=$\frac{2}{3(1+w)}$

$$a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{x} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+w)}}$$

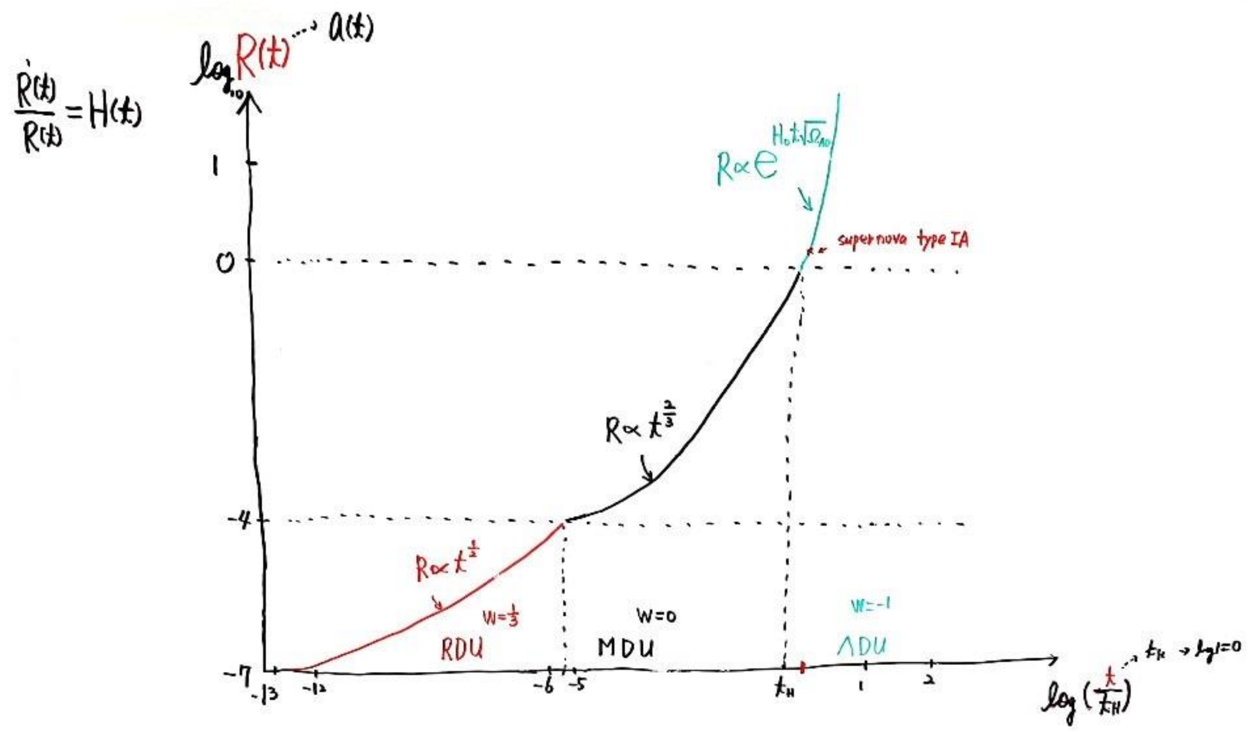
$$RDU \rightarrow w = \frac{1}{3} \qquad a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+\frac{1}{3})}} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$MDU \rightarrow w = 0 \qquad a(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3(1+0)}} = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{2}{3}}$$

RDU에서는 우주의 팽창율이 시간의 루트 값($\sqrt{t}$)에 비례한다.
열역학 제 1법칙에서 유도하여 나왔다. E=mc^2 에서 나왔다.
MDU에서는 시간의 2/3 제곱에 비례한다.

만유인력의 법칙에서 나온 것과 특수 상대성 이론(E=mc^2)에서 나온 결과가 일치한다.
1665년도에 만들어진 공식과 1905년도에 만들어진 다른 이론에서 나온 결과가 동일하다. 이것이 science이다.
cross check해서 같이 증명되었다. 믿을 수 밖에 없다. 열역학 법칙에서 나왔다.

우주는 선형으로 성장하지 않았다.



모든 정보가 크기 인자에 다 들어 있다.
세로 축은 반지름이 커 가는 rate에 log를 취한 값이다. 지금 반지름이 성장하는 rate를 1이라 두면 초기에는 10^{-7} 크기 였다.

$\frac{\dot{R}(t)}{R} = H(t)$, 허블 상수는 시간의 함수이다.
가로 축은 $\log(\frac{t}{t_H})$ 값이다. 시간에 따른 우주 반지름의 팽창 rate이다.

우주는 3개의 시기로 구분한다.
RDU w=1/3 $R \propto \sqrt{t}$
MDU w=0 $R \propto t^{\frac{2}{3}}$
ΛDU w=-1 $R \propto t^{H_0 t \sqrt{\Omega_{\Lambda 0}}}$
지금 우주는 ΛDU 이다. Dark energy가 지배한다. 다크 에너지는 vaccum이다.
갤럭시는 풍선에 붙은 동전이다. 우주가 팽창하더라고 갤럭시 자체가 팽창하는 것이 아니라 갤럭시와 갤럭시 사이의 공간이 팽창한다.

초기의 우주는 양성자보다 적었다. 공간 자체가 에너지 인데, 초기 우주는 공간이 거의 없는 것이나 마찬가지였으므로 다크 에너지가 거의 제로에 가까웠다. 지금 우주는 갤럭시와 갤럭시 사이에 상상을 초월하는 공간이 있다. 진공이 계속 늘어나고 있으므로 에너지도 계속 생기고 있다. 그 에너지가 dark energy이다. 지금 우주를 구성하는 73%가 dark energy이다.
우주 초기에는 dark matter이 많았고 그 dark matter에 물질이 얽매여서 갤럭시가 만들어 졌다.
MDU의 팽창 rate가 만유인력 법칙으로 유도한 결과와 E=mc^2으로 유도한 결과가 동일했다.
이것이 위대한 것이다.

물리학 공부에는 아래에 적은 방정식 외에는 없다. 물리 문제를 풀 때는 어느 방정식에서 나왔는지를 찾아야 한다. 우주의 4가지 힘인 중력, 강력, 약력, 전자기력 이 4가지에 해당하는 방정식 밖에 없다.
그러면 우주가 다 풀린다.

자연과학 원초 공식이 10가지 정도 밖에 안 된다.

$$F = ma$$

$$F = \frac{GMm}{r^2} \qquad F = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$$

$$H\Psi_n = E_n\Psi$$

$$E^2 = (Pc)^2 + (mc^2)^2$$

$$E = mc^2 \qquad (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$dU = Tds - Pdv + \mu dN$$

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0$$

1. F=ma
2. $\mathrm{F} = \frac{GMn}{r^2}$: 만유인력의 법칙 $\mathrm{F} = \frac{Kq_1q_2}{r^2}$: 전자기력
3. $\mathrm{H}\Psi = \mathrm{E}\Psi$: 슈뢰딩거 방정식
4. $E^2 = (\mathrm{PC})^2 + (mc^2)^2$, $\mathrm{E} = \mathrm{m}c^2$: 상대성 이론
5. $(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi = 0$: 디락 방정식
6. $\mathrm{dU} = \mathrm{Tds} - \mathrm{Pdv} + \mu dN$: 열역학 제 1법칙
7. $\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial q}$-$-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{q}}\right) = 0$: 라그랑지안

여기에 적은 공식 모두 원 운동에서 왔다고 단순하게 말할 수 있다. 그래서 이데아라는 것이다.
수고하셨습니다.