第 7회

137억년 우주진화 I

; 열역학 I

• 흔히 물리학과에서는 무엇을 배우는가?

전자기학 [물리학과
전자과 : 안테나 이론 <전파>

· 양자역학
· 전자기학
· 역학
· 열역학

4 가지 학문을 배운다.

아인슈타인 - 물리학을 통일한 말중에
"물리학에서 가장 심오한 분야는
열역학 이다." 라고 했다.

양자역학은 신비한나머 받아들이지 못하고,
열역학은 개념을 잘 잡지 못해서 알지 못한다.

에너지가 무엇인가?

에너지가 어떤 형태로 존재하는가?

에너지란 말 속에 여러가지가 포함된다.

자동차 움직이는것. 음식, 열. 폭발 .... 등이다.

에너지가 어디에 있는가?

에너지는 입자가 가지는 운동적 에너지가 모여 있는 것이다.

열역학에서 에너지는 알갱이를 헤아리는 현상이다.

일례로 공기가 뜨겁다는 건 공기 입자가 열을 지니고 있다는 뜻이다.

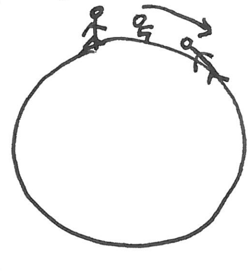
열역학은 '기' 라는 개념과 헷갈렸다.

기 에너지는 어디있단 말인가

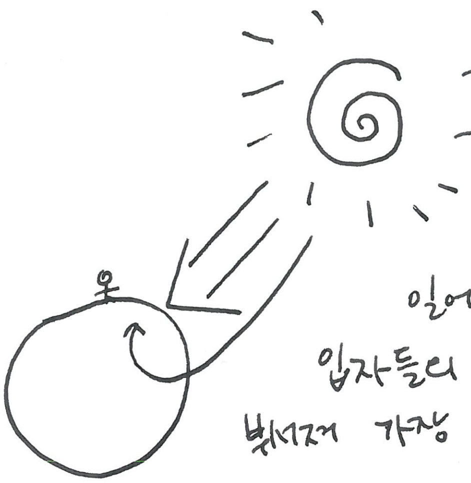
→ 입자가 없으면 에너지가 없다는 뜻이다. 태양 빛은 에너지를 갖는가? 빛 알갱이를 헤아리는게 열역학이다.

두번째 열역학을 헷갈리게 만든 단어는 '엔트로피'이다. 엔트로피 용어를 경제. 문학, 예술에서 쓰면서 용어의 개념이 무질서해졌다.

벚꽃. 목련이 피는 시기이다. 그 꽃이 왜 피었냐고 하지 말고, 어떻게 피었을까 를 생각하는 순간 기적을 경험한다. 이것을 이해하는 순간 열역학의 진정한 모습을 느끼게 된다.



행성에서 한 생명이 어떻게 서 있을 수 있나?



- 태양이 행성에 빛 에너지를 주고, 식물이 일어서고
- 식물을 먹은 동물이 지구상의 생명 현상을 만들었다.

일이 일어난다. 꽃이 피고, 동물이 움직이고, 그렇게 일이 일어난다. 에너지가 모여 큰 형태가 되고, 부서지고 부서져 입자들의 배열이 바뀐다. 모이고 부서지는 과정의 연속이 일어난다. 부서져 가장 작게 부서지면 가능성이 가장 많은 형태가 된다.

지난 5억년 생명현상은 입자의 배열이 바뀐 현상이다. 수천만 종류의 생명이 생긴 현상과 생명 순환의 이야기가 바로 입자 배열 변화 현상이다.

이 세상은 어떤 현상의 변화가 어떤 것은 빠르고, 어떤 것은 느린가?

인간의 죽음의 현상은 오랜 시간 단 한번 일어난다. 꽃이 피는 현상은 매년 일어난다.

죽음이라는 현상을 보면 썩어서 부서지는 현상이다. 그러나 물(H_2O)이 쉽게 부서지지 않는다.

현상 변화의 확률을 아는 것이 엔트로피를 알게 되는 지름길이다.

상태의 개수 상태수를 헤아리는게 엔트로피를 알 수 있게 한다.

간단한 계산을 해보자

얼굴 표면 25°C ⇒ 300K 이다. 이때 빛 알갱이 하나가 표면에 닿을 때 변화된 상태수는?

5.5×10^{16} 의 상태수가 변한다.

→ 상태수가 높으면 변화될 확률이 높다고 한다.

온도는 일종의 definition 이다.

$S \equiv k \ln \Omega$ 인류 역사상 10개의 가장 위대한 공식 중에 하나이다. 그는 자살을 했고 이 공식은 그의 묘비명이 되었다.

모든 생명체, 물질은 system이다.

나도 너도 꽃도 바람도 모두 system이다.

분자변환계 (molecular transformer)가 생명이다.

강아지를 쓰다듬다가 이 강아지는 어떻게 털이 계속 자랄까를 생각했다. 조그만 알갱이(개먹이)를 먹었을 뿐인데 어떻게 털이 자라고 변할까.

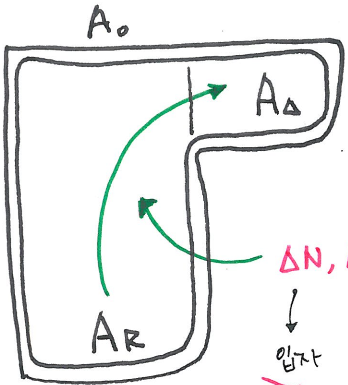
항아리나 물건은 십년전이나 십년 후나 변화가 없다.

이게 물어봐야 한다. 항아리야 넌 왜 그대로니?

이것이 진정한 질문이 된다.

$$P_i \propto \Omega_i \rightarrow \Omega_i = e^{\frac{S_i}{k}} \rightarrow \bar{n} \rightarrow dN \rightarrow dE \rightarrow du$$

$$S \equiv k \ln \Omega$$



$$\Omega_0 = \Omega_R \Omega_\Delta^{\nearrow 1} = \Omega_R = e^{\frac{S_R}{k}}$$

입자는 태양이 만들어 질 때 왔고,
공간은, 시멘트는 석회석(탄산칼슘)
석회석은 식물성 플랑크톤, 식물성
플랑크톤은 태양 에너지를 받았다.
모든 것은 태양에서 왔다.
위대한 열역학이여!

$\Delta N, \Delta V, \Delta E$ ⇒ 우주에 일어나는 모든 것이 여기에 있다.

입자 공간 에너지

↳ 어떤 일어나는 일

모든 것은 입자 에너지의 이동일 뿐이다.

열역학은 근본이 같다. 꽃. 나. 너. 모두 구별하지 않는다.

→ 왜소하지만 태양을 받아 주세요.

상태수를 헤아릴 때 그 에너지를 알 수 있다. 상태의 갯수가 갖는 에너지를 알면 상태가 가지는 에너지를 셀 수 있다. 모든 상태는 에너지의 변화 과정이기에 그러하다. 모든 변화는 상태에서 어떤 상태로 변화이기 때문이다. 열역학은 상태수를 아는 학문이다.

$$\Omega_0 = \Omega_R \Omega_\Delta = \Omega_R = e^{\frac{S_R}{k}}$$

$$\underbrace{U}_{\text{내부 에너지}} = Q - \underbrace{W}_{\text{일}} + \mu N$$

$$\Delta U = T\Delta S - P\Delta V + \mu \Delta N$$

S_R → 열원이 어떤 형태로 바뀌는지의 에너지

$$\Omega_0 = C e^{\frac{S_R}{k}} \quad S_R = S_R^0 - \Delta S \quad \Delta S = \frac{1}{T}(\Delta U + P\Delta V - \mu \Delta N)$$

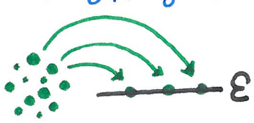
State의 숫자

$$\Omega_0 = C e^{\frac{1}{k}[S_R^0 - \frac{1}{T}(\Delta U + P\Delta V - \mu\Delta N)]} = C e^{-\frac{1}{kT}(\Delta U + P\Delta V - \mu \Delta N)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{kT} \equiv \beta$$

$$\Omega_0 = C e^{-\beta(\Delta E + P\Delta V - \mu\Delta N)}$$ → 고전통계

→ 양자 통계



에너지당 상태수를 구하면 모든 시스템에 대한 통계 역학적 계산이 가능하다.

Δx

1889년 코리도 마드 무렵 독일의 한 과학자가 양질의 무기를 만드는가가 가장 중요했다. 양질의 무기는 재철의 발전과 같았다. 이 무기의 개발이 국가의 군사력과 같았다. 에너지가 불연속하다고 하는건 전인류의 지식과 상반된 사실이었다. 이 과학자가 막스플랑크이다.

$\Delta E = n E_s \quad \Delta N = n$

$$\Omega_0 = C e^{-\beta(\Delta E + P\Delta V - \mu \Delta N)}$$

고전 통계

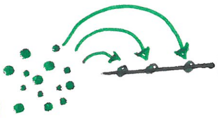
ε_s

$$P_s = ce^{-\beta E_s}$$

에너지가 많아지면 =0 에 가까워진다.

불연속한 에너지 현상이라 가정하여 태어난 것이 막스플랑크 공식이다.

양자 통계



ε

$$P_n = Ce^{-\beta n(\varepsilon_s - \mu)}$$

입자수 에너지준위

그 이후에 수 많은 과학자가 양자역학 등에 공식을 만들어 낸다.

그러나 그 시대에는 그들은 풋내기 과학자의 치기어린 행동이라 생각했다. 그랬기에! 다양한 방향의 접근이 가능했고 인류는 그들의 노력의 결과로 우주에 대해 알 수 있게 되었다.

지금의 창의성을 추구하는 현상은 문화의 압박으로 태어난 현상이다.

양자역학은 열역학의 부스러기에서 태어났다.

확률 숫자 (일례로 주사위의 확률 숫자는 $\frac{1}{6}$)

$$\boxed{P_n = Ce^{-\beta n(\varepsilon_s - \mu)}}$$

$$\bar{n} = \sum_n P_n n$$

$$\sum_n P_n = 1 \qquad \sum_n Ce^{-\beta n(\varepsilon_s - \mu)} = 1$$

확률을 모두 더하면 '1'이다.

$$C = \frac{1}{\sum_n e^{-nx}} \qquad P_n = \frac{e^{-nx}}{\sum_n e^{-nx}}$$

$$\bar{n} = \frac{\sum_n e^{-nx} \cdot n}{\sum_n e^{-nx}}$$

$$\bar{n} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\ln \sum_n e^{-nx}\right)$$

확률은 0 하고 1 사이다.

입자의 state에는 무한히 많은 보존이 들어갈 수 있다.

$$\sum_{n=0,1} e^{-nx} = 1 + e^{-x}$$

FD spin $= \frac{1}{2}$ Fermion e^- (일렉트론)

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = 1 + e^{-x} + e^{-2x} + \cdots = \frac{1}{1 - e^{-x}}$$

boson

BE spin $= 1$ γ (포톤)

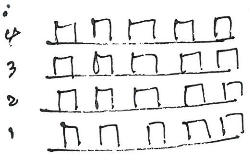
공부할 운을 타고 나는 건 기회를 놓치지 않는 사람이다.

가끔에는 태양을 가까이 알 수 있게 된다.

$$\bar{n} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln(1 + e^{-x})\right] = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \frac{1}{e^{x} + 1}$$

$$\bar{n} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[\ln(1 - e^{-x})^{-1}\right] = \frac{e^{-x}}{1 + e^{-x}} = \frac{1}{e^{x} - 1}$$

+, − 나의 차이가 하늘과 땅 차이가 난다.



→ 자석에 몇 명이 앉을 수 있는가를 구하면 전체 강의실의 몇 명이 앉는지를 알 수 있다.
보존은 무한대로 들어갈 수 있어서 각 에너지 state의 상태수를 구하는게 열역학이 된다.

$$dN = (\text{상태수})\,\bar{n}$$

총입자의 갯수 / 공간의 크기

$$dN = \left(\frac{d^3r\, d^3p}{h^3}\right)\bar{n}$$

플랑크 상수

$$= \frac{V\, 4\pi p^2 dp}{h^3}\cdot \bar{n}$$

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$$

momentum / 빛의 무게

$$\mathbf{E = PC} \qquad p = \frac{E}{c}$$

$$dN = \frac{4\pi V p^2 dp}{h^3}\cdot \bar{n}$$

빛이 편광(2가지 방향)이기에 2를 곱해준다.

$$dN = \frac{8\pi V \left(\frac{E}{c}\right)^2 \frac{dE}{c}}{h^3}\,\bar{n}$$

체적

$$dN = \frac{8\pi V \varepsilon^2}{c^3 h^3}\, d\varepsilon \cdot \frac{1}{n}$$

$$dE = \varepsilon\, dN$$

$$dE = \frac{8\pi V \varepsilon^3}{c^3 h^3}\, d\varepsilon \cdot \bar{n}$$

$$du = \frac{dE}{V} = \frac{8\pi \varepsilon^3}{c^3 h^3}\, d\varepsilon\, \bar{n}$$

$$du = \frac{8\pi \varepsilon^3}{c^3 h^3}\; \frac{1}{e^{-\beta(\varepsilon-\mu)}}\, d\varepsilon$$

↑ 상호작용 항이다
(포톤은 상호작용을 하지 않기 때문에 '0'이다.)

$$\frac{du}{d\varepsilon} = \left(\frac{8\pi}{c^3 h^3}\right)\frac{1}{e^{\beta\varepsilon}-1}$$

와트다 에너지 함수이다.

"막스 플랑크의 블랙 라디에이션 공식이다."

⇒ 빛으로 찍는 모든 사진을 이 공식을 이용한다.

"열역학은 에너지 상태수를 구하는 학문이다."

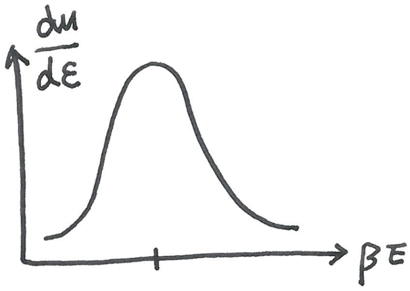
상태수를 구하다 나온것이 주기율표이다.

상태수에 log를 취한 것이 엔트로피이다.

어떤 공간이 있고 그 공간에 입자가 움직인다.

공간에 입자의 상태 갯수가 열역학이며 그 입자 상태 상태의 변화가 생명현상이며 물질 현상이다.

에너지 단위당 상태수를 구하면 전체 에너지를 알 수 있다.



spin이 정수인 모든 우주의 물체를 알 수 있다.

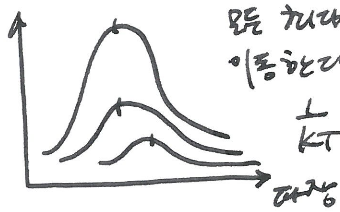
모든 물체는 빛을 낸다.
에너지별 포톤 알갱이를 측정할 수 있다.
파장당 포톤 알갱이를 셀수 있다.
(빨주노초파남보 …. 파장)

$E = h\nu$ 빛일 경우는 이공식을 쓴다.

$E = \frac{h}{2\pi} \cdot 2\pi\nu = \hbar\omega$ $\quad \omega = \frac{\varepsilon}{\hbar}$ (하바) (오메가)

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$

$h = 2\pi\hbar$



모든 커브 꼭지점은 이동한다. 꼭지점은 $\frac{1}{kT}\varepsilon_{max} = 2.82$ 이다.

파장

$$du = \frac{8\pi(\hbar\omega)^3 \hbar\, d\omega}{c^3 h^3} \frac{1}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

$$du = \frac{8\pi(\hbar\omega)^3\hbar}{c^3(2\pi\hbar)^3} \frac{d\omega}{e^{\beta\hbar\omega} - 1}$$

$\beta\hbar\omega = x \quad \omega = \frac{x}{\beta\hbar}$

$\varepsilon_{max} = 2.82\,kT$ 이다.
이것을 통해 모든 행성, 태양의 온도와 에너지를 구할 수 있다.

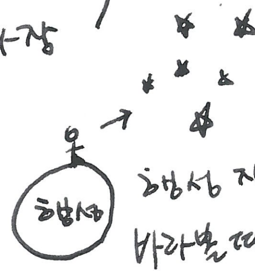
$$du = \frac{\hbar}{c^3\pi^2} \frac{\omega^3}{e^{\beta\hbar\omega} - 1} d\omega$$

$$u = \int du = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \int \frac{\left(\frac{x}{\beta\hbar}\right)^3 \frac{dx}{\beta\hbar}}{e^x - 1}$$

에너지
주파수
파장
각 단위로 풀어 보아야 한다.

$$u = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{1}{(\beta\hbar)^4} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx$$

$7.56\times10^{-16}\ J/m^3\cdot K^4$ 발소만 상수

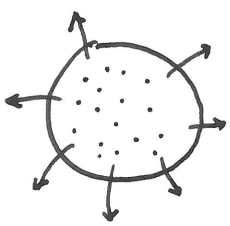


$$u = \frac{(kT)^4}{\pi^2 c^3 \left(\frac{h}{2\pi}\right)^3} \frac{\pi^4}{15} = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4 = aT^4$$

(온도)

공식이 나와 있다. 광속 플랑크 상수

행성 지구에서 별을 바라볼때 알 수 있는 방법은 2가지이다. 하나는 중력파와 빛이다.
중력파는 측정하기 매우 어렵다.
그러나 별은 빛을 발한다.
"별이 빛나는 밤에" 라는 표현을 알기 위해서는 빛의 에너지, 주파수, 파장을 풀어 보아야 한다.
그것 밖에 없다.



★★★ 엔트로피를 매개해 주는 요인은 온도
온도 → 열 → 에너지
→ 에너지 분포 척도이다. 확률계산이다.
상태가 많은 것이 확률이 높은 것
에너지가 들어가는 자석의 파장이다.

$$선속 = \left(\frac{1}{2}u\right)\left(\frac{1}{2}c\right) = \frac{c}{4}u$$

$\sigma = 5.67\times10^{-8}\ J/m^2\cdot s\cdot K^4$

$$선속 = \frac{c}{4}u = \frac{c}{4}\frac{8\pi^5 k^4}{15c^3h^3}T^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}T^4 = \sigma T^4$$

시그마 티 4승

약소하지만 태양을 받아도.

Stepan's law 1876

태양온도

$$선속_{sun} = \sigma T^4 = 5.67\times10^{-8}\ J/m^2\cdot sK^4\ (5800K)^4$$

$$= 6.2\times10^7\ J/m^2\cdot s = 6.2\times10^4\ kW/m^2$$

평방미터 당 태양 에너지

20억분의 1이 지구에 도달한다.

결과 지구의 생명체가 살아간다.

"6.2×10^4 KW/m^2 평방미터당 62,000KW가 태양에서 나온다는 사실을 어떻게 알았지?" 여기에 감동이 있다.

열역학 제1법칙

열역학 $\Delta U = T\Delta S - P\Delta V + \mu\Delta N$ 우주를 아는 것도 이 공식에서 시작된다.

0법칙 열적평형

2.법칙 엔트로피 증가 원칙 (한 class 학생수 + 한 class 학생수) = 당연히 증가한다. 상황이 고려하여 상태수가 증가한다.

3.법칙 온도를 zero로 가면 움직임이 사라진다 ⇒ 절대 0도 일때 엔트로피는 0 이다.

$$U = Q - W + \mu N$$

$$\Delta U = T\Delta S - P\Delta V + \mu N$$

엔트로피 변화

$$du = Tds - pdv + \mu dN$$

'0' '0'

$$du + pdv = 0$$

$$dE + pdv = 0$$

$$E = mc^2 = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho c^2$$

우주 전체 에너지

$$dE = \frac{4\pi}{3} 3r^2 \dot{r} \rho c^2 + \frac{4\pi}{3} r^3 \dot{\rho} c^2 + \frac{4\pi}{3} 3r^2 \dot{r} p = 0$$

$$\dot{r}\rho c^2 + \frac{r}{3}\dot{\rho} c^2 + \dot{r}p = 0 \quad \frac{3}{rc^2} \times$$

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{r}}{r}\rho + 3\frac{\dot{r}}{r}\frac{p}{c^2} = 0$$

(정의)

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} + 3\frac{\dot{r}}{r} + 3\frac{\dot{r}}{r}\frac{p}{\rho c^2} = 0$$

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3\frac{\dot{r}}{r}\left(1 + \frac{p}{\rho c^2}\right)$$

알랜 구스의 인플레이션 이론 찾아볼 것

"초기 우주, 빅뱅 찰나의 시간이 우주가 균일하게 (등방성, 균일성) 만들어짐을 증명하였다. 믿거나 말거나 할 내용이 아니다. 믿어야 한다. Nature가 손을 들어줬기 때문이다.

$$p = w\rho c^2 \qquad w = \frac{1}{3}, \quad w = 0, \quad w = -1$$

$$\frac{\dot{r}}{r} = H \qquad H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

$$\frac{\dot{\rho}}{\rho} = -3H\left(1+\frac{\frac{1}{3}\rho c^2}{\rho c^2}\right) = -3H\left(1+\frac{1}{3}\right)$$

$$= -4H$$

압력

$$\dot{\rho} = -4H\rho = -4\left(\frac{8\pi G}{3}\rho\right)^{\frac{1}{2}}\rho$$

$$\dot{\rho}\rho^{-\frac{3}{2}} = -\left(\frac{128\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int \rho^{-\frac{3}{2}} d\rho = -\int \left(\frac{128\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}} dt$$

$$\frac{\rho^{-\frac{1}{2}}}{-\frac{3}{2}+1} = -\left(\frac{128\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t \qquad \rho^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{32\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t$$

$$\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}$$

$$\int dt = t$$

$$\sum_{k=0}^{\infty}$$

에너지는 열을 알면된다.

초기 우주의 에너지는 열을 알면 찾을 수 있다.

시간당 우주의 온도를 일렉트론으로 바뀌면 2 시간에 차지하고 있는 입자를 모두 알수 있다.

시간이 지나면 밀도가 줄어든다.

밀도와 온도의 관계를 알면 초기 온도에 대해 시간당 알게되면 입자의 종류를 파악할 수 있다.

압력을 알아야 온도를 알 수 있다.

$$p = \frac{1}{3}aT^4 \qquad p = \frac{1}{3}\rho c^2$$

$$p = w\rho c^2 \qquad = \frac{1}{3}aT^4$$

$$T^4 = \frac{\rho c^2}{a}$$

$$\rho = \frac{a}{c^2}T^4$$

$$\rho^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\rho^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\left(\frac{a}{c}T^4\right)^{\frac{1}{2}}} = \left(\frac{32\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t$$

$$T^2 = \frac{1}{\left(\frac{a}{c}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{32\pi G}{3}\right)^{\frac{1}{2}} t} = \left(\frac{3c^2}{32\pi G a}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{t}$$

$$T = \left(\frac{3c^2}{32\pi G a}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{t}} = 1.5\times10^{10}\frac{1}{\sqrt{t}}$$

(sec)

만유인력 상수

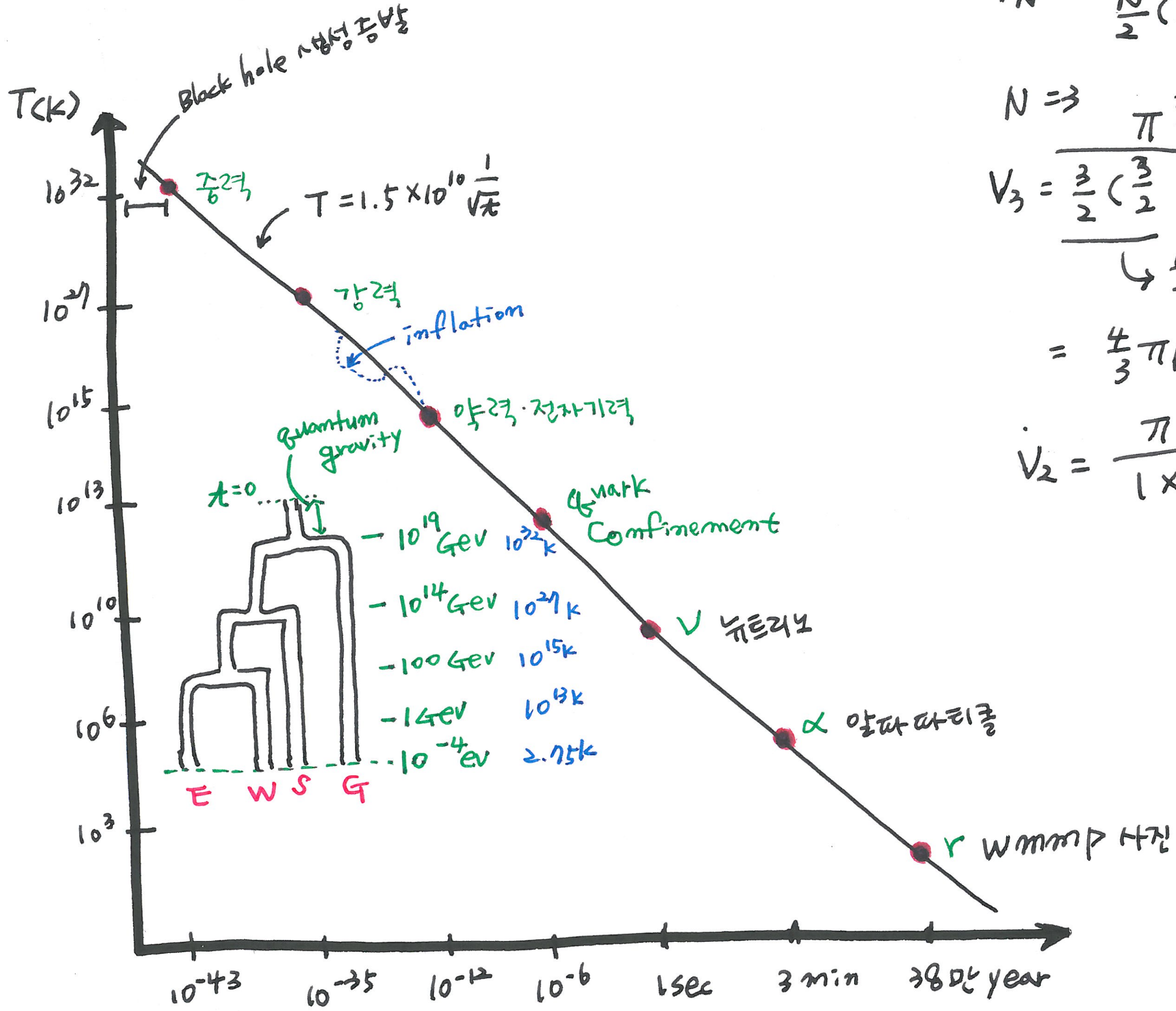
↳ 초당 (K°)가 나온다.

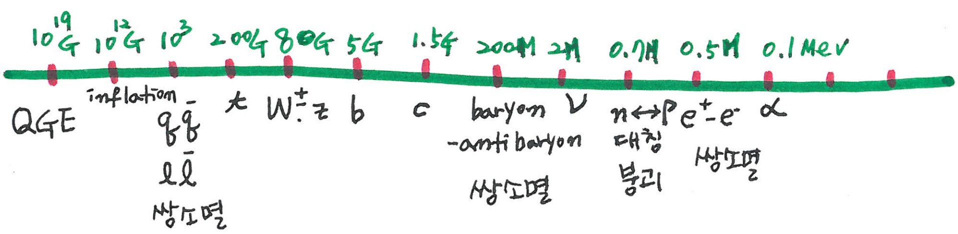
$T = 1.5\times10^{10}\frac{1}{\sqrt{t}}$ 초기 우주 1초 후 1.5×10^{10} K 도이다. 100억도 정도 된다.

1.5×10^{13} °C $\times 10^{-13}$ ↳ GeV가 된다.

$p = 938$ MeV

태양의 지문 - 파장의 에너지를 계산할 수 있다.





$$V_N = \frac{\pi^{\frac{N}{2}}}{\frac{N}{2}\left(\frac{N}{2}-1\right)!} R^N$$

팩토리얼

$N = 3$

$$V_3 = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}\left(\frac{3}{2}-1\right)!} R^3$$

$$\frac{1}{2}! = \frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{2}$$

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ (구의 체적)}$$

$$V_2 = \frac{\pi}{1\times1} r^2 = \pi r^2$$

(원의 체적)